من اعداد الأستاذ
لحسن لوزي

ملخص الدروس المقررة في الدورة الأولى مع التمارين الثالثة إعدادي

I. الحساب العددي : المتطابقات الهامة

1) النشر :

☼ $k(a+b) = ka+kb$

☼ $k(a-b) = ka-kb$

☼ $(a+b)(a-b) = ac+ad+bc+bd$

2) التعميل :

$ab + ac$ ← نشر ← $a(b + c)$

$a(b + c)$ → تعميل → $ab + ac$

3) المتطابقات الهامة :

1- $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

2- $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

3- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

تماريـــن تطبيقية

تمرين 1 :

أحسب ما يلي :

$$A = \frac{3}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{5}{3} + \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{-3 + \frac{4}{5}}{7 - \frac{3}{5}}$$

$$C = 1 - \frac{5}{3} : \frac{4}{7} \times \frac{3}{4} + 2$$

تمرين 2

أنشر وبسط ما يلي :

$D = 3(a-5) - 4(7-2a)$

$E = a(b-3) - b(3-a) + 3(a-b)$

$F = (1-a)(1+a+a^2+a^3+a^4+a^5+........a^9)$

تمرين 3

أنشر وبسط ما يلي :

$$G=\left(\frac{1}{4}+3x\right)^2 \quad \text{و} \quad H=(5-7x)^2$$

$$I=\left(\frac{2}{3}-5x\right)\left(\frac{2}{3}+5x\right)****J=(x+1)^2+(x-1)^2-(x+1)(x-1)$$

تمرين 4

عمل ما يلي :

$$K=9x^2y-27y^2x$$
$$M=25x^2+30x+9+5(x+3)$$
$$P=4x^2-25+(2x-5)(x+8)$$
$$Q=\frac{1}{4}x-\frac{3}{8}+\left(x-\frac{3}{2}\right)^2$$

$$L=\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}x^2-\frac{2}{9}x^3$$
$$N=(x-2)^2-36$$
$$S=x^2-2x+2y-2xy+y^2$$

تمرين 5

أتمم ما يلي بالأعداد المناسبة

(2x + …..)² = …..+ 20x + …….
(….-3x)² = ….-3x + …...
(….-…..)² = …… -2x + $\frac{1}{9}$
…….- 49 = (….- 7)(2a + ……)
4x² +…….+…….= (……+ 5)²
(……+……..)² = ….. +……+ x²

(a + ….)² = a² + 4a + ………
a² - …….+ 6 = (…… - …….)
4a² + ……. + 9 = (……. + …..)
(x + ….)² = ….. + 14x + ……
……- 12x + 4 = (……- …..)²
(2x -………)² = …….. -24x + ………

الأجوبة المختصرة

تمرين 1

$A=\frac{11}{21}$ و $B=\frac{-11}{32}$ و $C=\frac{13}{16}$

تمرين 2

$D=11a-43$ و E=2ab-6b و $F=1-a^{10}$

تمرين 3

$G=\frac{1}{16}+\frac{3}{2}x+9x^2$ و $H=25-\frac{35}{2}x+\frac{49}{16}x^2$ و $I=\frac{4}{9}-25x^2$ و $J=x^2+3$

تمرين 4

$K=9xy(x-3y)$ و $L=\frac{1}{3}x\left(4+5x-\frac{2}{3}x^2\right)$ و $M=(5x+3)(5x+8)$ و $N=(x+4)(x-8)$

$P=(2x-5)(3x+13)$ و $Q=\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{5}{4}\right)$ و $S=(x-y)(x-y-2)$

تمرين 5

$$(2x+5)^2=4x^2+20x+25$$
$$\left(\frac{1}{2}-3x\right)^2=\frac{1}{4}-3x+9x^2$$
$$\left(3x-\frac{1}{3}\right)^2=9x^2-2x+\frac{1}{9}$$

$$(a+2)^2=a^2+4^2+4$$
$$a^2-2\sqrt{6}+6=\left(a-\sqrt{6}\right)^2$$
$$4a^2+12a+9=(2x+3)^2$$

$4a^2-49=(2a-7)(2a+7)$ $\qquad$ $(x+7)^2=x^2+14x+49$

$4x^2+20x+25=(2x+5)^2$ $\qquad$ $9x^2-12x+4=(3x-2)^2$

$(1+x)^2=1+2x+x^2$ $\qquad$ $(2x+6)^2=4x^2-24x+36$

II. الحساب العددي : القوى

1) تعريف :

$\underbrace{a\times a\times a\times ....\times a}_{n \text{ من العوامل}}=a^n$ و $a^1=a$ و $a^0=1\ (a\neq 0)$

2) قواعد القوى :

$a^m\times a^n=a^{m+n}$

$(a^m)^n=a^{m\times n}$

$\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

$(ab)^m=a^m\times b^m$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-m}=\left(\dfrac{b}{a}\right)^m$

$(a\neq 0,b\neq 0)$

3) قوى العدد 10

$10^5=\underbrace{100000}_{\text{خمسة أصفار}}$ $\qquad$ $10^{-5}=\underbrace{0,00001}_{\text{خمسة أصفار}}$

4) الكتابة العلمية

$0,00007=7\times 10^{-5}$

$127,31=1,2731\times 10^2$

تمارين تطبيقية حول القوى :

تمرين 1 :

أكتب التعابير التالية على شكل قوة :

$B=3^0+3^1+3^2+3^3+3^4$ و $A=3^0\times 3^1\times 3^2\times 3^3\times 3^4$

و $C=\left(\frac{1}{2}\right)^0\times\left(\frac{1}{2}\right)^1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{1}{2}\right)^5$

تمرين 2 :

أكتب على شكل قوة أساسها العدد 2

$$A=\frac{2^n\times\left(2^{3-n}\right)^{-2}}{2^{-2n}}$$

تمرين 3 :

بسط ما يلي : $(a \neq 0$ و $b \neq 0)$

$$B = \frac{a^4\left(a^{-2}b\right)^5 a^{-6}b^3}{a^2b^{-1}\left(a^{-3}b^{-2}\right)^3}$$

تمرين 4 :

أحسب ما يلي :

$$C = \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-2}$$

تمرين 5 :

أكتب العدد : $7\times2^{n+1} - 10\times2^n$ على شكل قوة أساسها العدد 2

تمرين 6 :

نعتبر العدد A الذي يحقق : $A^8 = \frac{256}{6561}$ و $A^5 = \frac{32}{243}$. أحسب العدد A

تمرين 7 :

بين أن : $(3333)^2 + (4444)^2 = (5555)^2$

تمرين 8 :

بسط الأعداد التالية :

$$A = \frac{0,006\times10^{-7}\times1,1\times\left(10^7\right)^4}{8,8\times\left(10^7\right)^3} \quad \text{و} \quad B = \frac{(0,00009)^3\times4\times10^{-5}}{(0,0018)^2\times(0,0003)^4}$$

أجوبة مختصرة

تمرين 1

$A = 3^{10}$ و $B = 11^2$ و $C = \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$

تمرين 2 $A = 2^{5n-6}$

تمرين 3 $B = a^{-5}b^{15}$

تمرين 4 $C = \frac{144}{121}$

تمرين 5 $7\times2^{n+1} - 10\times2^n = 2^{n+2}$

تمرين 6 $A = \frac{2}{3}$

تمرين 7 نحسب كلا الطرفين فنجد العدد 30858025

تمرين 8 $A = \frac{3}{4}\times10^{-3} = 0,75\times10^{-3}$ و $B = \frac{1}{9}\times10^4$

نموذج من الفروض المحروسة

تمرين 1:

أحسب ما يلي مع إعطاء النتيجة مختزلة :

$$A=\frac{-3+\frac{5}{2}}{\frac{-4}{3}-1} \quad \text{و} \quad B=\frac{2}{5}-\frac{1}{5}\times\frac{7}{3}+\frac{1}{3}-\frac{\frac{2}{3}}{-5}$$

تمرين 2 :

أنشر وبسط ما يلي :

$$A=-5\times\left(3x+2x^{2}-3\right) \quad \text{و} \quad B=\left(\frac{2}{5}x-1\right)\left(\frac{x}{2}+3\right) \quad \text{و} \quad C=\left(\frac{x}{3}-2\right)^{2}$$

و $D=\left(4x+1\right)^{2}+\left(7x-3\right)\left(7x+3\right)$

تمرين 3:

عمل ما يلي :

$$E=12a-3a^{2} \quad \text{و} \quad F=7x\left(x+1\right)-2\left(x+1\right) \quad \text{و} \quad G=\left(2x+1\right)^{2}-16 \quad \text{و} \quad H=36x^{2}+6x+\frac{1}{4}$$

و $I=-5\left(2x-3\right)-\left(3-2x\right)\left(x+1\right)$

تمرين 4 :

بسط ما يلي :

$$A=\frac{\left(-7\right)^{4}\times 7^{3}}{7^{-5}} \quad \text{و} \quad \frac{a^{2}\times\left(a^{-3}b^{2}\right)5}{a^{4}\times\left(b^{-2}\right)^{-3}} \quad \text{و} \quad C=\left[\left(\frac{-3}{2}\right)^{-2}+\left(\frac{-1}{3}\right)^{2}\right]^{-1} \quad \text{و} \quad D=\frac{\left(0,0003\right)^{-2}\times\left(4000\right)^{2}}{7\times 10^{-3}}$$

تصحيح الفرض:

تمرين 1:

$$A=\frac{-3+\frac{5}{2}}{\frac{-4}{3}-1}=\frac{\frac{-6+5}{2}}{\frac{-4-3}{3}}=\frac{\frac{-1}{2}}{\frac{-7}{3}}=\frac{-1}{2}\times\frac{-3}{7}=\frac{3}{14}$$

$$B=\frac{2}{5}-\frac{7}{15}+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{-1}{5}=\frac{2}{5}-\frac{7}{15}+\frac{1}{3}+\frac{2}{15}$$
$$=\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{-5}{15}=\frac{11-5}{15}=\frac{6}{15}$$

تمرين 2:

$$A=-5x\left(3x+2x^{2}-3\right)=15x^{2}-10x^{3}+15x$$

$$B=\frac{5}{2}x\times\frac{x}{2}+3\times\frac{5}{2}x-\frac{x}{2}-3=\frac{5x^{2}}{4}+\frac{15x}{2}-\frac{x}{2}-3$$
$$=\frac{5x^{2}}{4}+7x-3$$

$$C=\left(\frac{x}{3}-2\right)^2=\frac{x^2}{9}-\frac{4x}{3}+4$$

$$D=(4x+1)^2+(7x-3)(7x+3)$$
$$=(4x)^2+2\times 4x+1+(7x)^2-3^2$$
$$=16x^2+8x+1+49x^2-9=65x^2+8x-8$$

تمرين 3 : التعميل

$$E=12a-3a^2=3a(4-a)$$
$$F=7x(x+1)-2(x+1)=(x+1)(7x-2)$$
$$G=-5(2x-3)[x+1-5]=(2x-3)(x-4)$$
$$I=(2x+1)^2-16=(2x+1)^2-4^2$$
$$=(2x+1+4)(2x+1-4)=(2x+5)(2x-3)$$
$$H=36x^2+6x+\frac{1}{4}=\left(6x+\frac{1}{2}\right)^2$$

تمرين 4: التبسيط

$$A=\frac{(-7)^4\times 7^3}{7^{-5}}=\frac{7^4\times 7^3}{7^{-5}}=\frac{7^7}{7^{-5}}=7^{7+5}=7^{12}$$

$$B=\frac{a^2\times\left(a^{-3}b^2\right)^5}{a^4\times\left(b^{-2}\right)^3}=\frac{a^2\times a^{-15}\times b^{10}}{a^4\times b^{-6}}=a^{2-15-4}b^{10+6}=a^{-17}b^{16}$$

$$C=\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}+\left(\frac{-1}{3}\right)^2\right]^{-1}=\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^2+\frac{1}{9}\right]^{-1}=\left(\frac{4}{9}+\frac{1}{9}\right)^{-1}$$
$$=\left(\frac{5}{9}\right)^{-1}=\frac{9}{5}$$

$$D=\frac{(0,0003)^{-2}\times(4000)^2}{7\times 10^{-3}}=\frac{\left(3\times 10^{-4}\right)^{-2}\times\left(4\times 10^3\right)^2}{7\times 10^{-3}}$$
$$=\frac{1}{9}\times\frac{10^8\times 4^2\times 10^6\times 10^3}{7}=\left(\frac{4}{3}\right)^2\times\frac{1}{7}\times 10^{17}$$

III. الحساب العددي الجذور المربعة :

1) تعريف :

$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$ (a عدد موجب)

$\sqrt{a^2}=a$ (a عدد موجب)

$\left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a^2}=a$ (a عدد موجب)

2) حل المعادلة : $x^2 = a$

* إذا كان $a = 0$ فإن $x = 0$
* إذا كان $a > 0$ فإن $x = \sqrt{a}$ أو $x = -\sqrt{a}$
* إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة ليس لها حل

3) جذاء وخارج جذرين مربعين :

* $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ (a و b عددان موجبان)

* $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ (a و b عددان موجبان قطعا)

4) <u>مجموع وفرق جذرين مربعين :</u>

$\sqrt{9} + \sqrt{16} \neq \sqrt{9+16}$ و $\sqrt{64} - \sqrt{36} \neq \sqrt{64-36}$

على العموم :

$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

(ما عدا في الحالات الاستثنائية)

5) حذف الجذر المربع من المقام :

- نضرب الحدين معا في نفس المقام . مثال : $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
- نضرب الحدين معا في نفس المقام أو في جزئه اللاجذري .

مثال :

$\dfrac{3}{5\sqrt{7}} = \dfrac{3\sqrt{7}}{5\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$ أو $\dfrac{3}{5\sqrt{7}} = \dfrac{3 \times 5\sqrt{7}}{5\sqrt{7} \times 5\sqrt{7}}$

- نضرب الحدين معا في مرافق المقام .

مثال :

$\dfrac{1}{3-\sqrt{7}} = \dfrac{1 \times \left(3+\sqrt{7}\right)}{\left(3-\sqrt{7}\right) \times \left(3+\sqrt{7}\right)}$ (أنظر التطبيقات)

تمارين تطبيقية على الجذور المربعة :

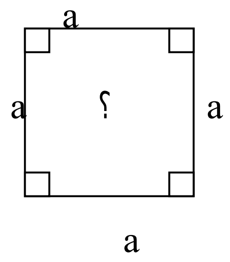
تمرين 1)

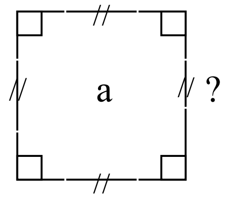
1) أنشئ مربعا مساحته $5cm^2$

2) ABCD مربع طول ضلعه 5 ما هي مساحته ؟

3) EFGH مربع مساحته 5 ما هو طول ضلعه ؟

4) بصفة عامة :





تمرين 2

حل المعادلات التالية :

$x^2 = -36$	$9x^2 - 4 = 0$	$4x^2 = 9$	$X^2 = 7$
$9x^2 + 25 = 0$	$7x^2 - 5 = 0$	$(x-1)^2 = 20$	$x^2 = 1$

تمرين 3

بسط ما يلي :

$A = \left(2+\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)$ و $B = \left(3\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)^2$ و $C = 2\sqrt{48} - 5\sqrt{75} + 7\sqrt{192}$

و $D = \sqrt{\frac{7}{3}} + 4\sqrt{\frac{63}{75}} - 2\sqrt{\frac{28}{27}}$ و $E = \sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

و $F = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + ... + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

و $G = \sqrt{6} \times \sqrt{5} \times \sqrt{10}$ و $H = \sqrt{0,98} + \sqrt{1,62} - \sqrt{0,72}$ و $M = \sqrt{5}\left(2+\sqrt{15}\right) - 2\sqrt{3}\left(3-\sqrt{15}\right)$

و $N = \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ و $P = \left(2\sqrt{3}+4\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}-4\sqrt{2}\right)$

تمرين 4

اجعل مقامات كل كتابة من الكتابات الآتية عددا جذريا

$A = \frac{2-\sqrt{3}}{4\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ و $B = \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}}$ و $C = \frac{1}{\sqrt{a+b}-\sqrt{a}}$

<u>أجوبة مختصرة :</u>

<u>التمرين 1</u>

السؤال 1 : هذا المربع طول ضلعه $\sqrt{5}$ (أنظر طريقة الإنشاء في الكتاب)

السؤال 2 : مساحة المربع ABCD هي 25

السؤال 3 : طول ضلع المربع EFGH هو $\sqrt{5}$

إذا كان الضلع يساوي a فإن المساحة هي a^2

إذا كانت المساحة تساوي a فإن الضلع يساوي $\sqrt{a}$

تمرين 2

حلول المعادلات حسب الترتيب

$\{-6;6\}$	$\left\{\frac{2}{3};\frac{-2}{3}\right\}$	$\left\{\frac{3}{2};\frac{-3}{2}\right\}$	$\left\{\sqrt{7};-\sqrt{7}\right\}$
ليس لها حل	$\left\{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}};\frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right\}$	$\left\{1+\sqrt{20};1-\sqrt{20}\right\}$	$\{1;-1\}$

تمرين 3

$H=\sqrt{2}$ و $G=10\sqrt{3}$ و F=9 و E=4 و $D=\frac{31}{15}\sqrt{\frac{7}{3}}$ و $C=39\sqrt{3}$ و $B=47+6\sqrt{15}$ و A=-1

P=-20 و $N=5-2\sqrt{6}$ و $M=8\sqrt{5}-\sqrt{3}$

تمرين 4

$C=\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a}}{b}$ و $B=\frac{\sqrt{15}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)}{-30}$ و $A=\frac{8\sqrt{5}-2\sqrt{7}-4\sqrt{15}+\sqrt{21}}{73}$

IV. مبرهنة فيتاغورس

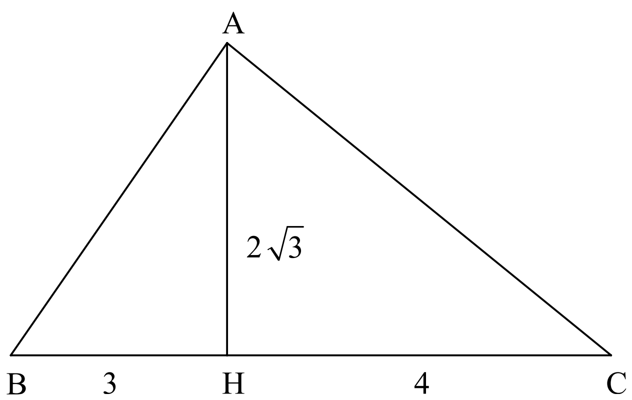
1) مبرهنة فيتاغورس المباشرة

إذا كان ABC مثلثا قائم الزاوية فإن $AB^2 + AC^2 + BC^2$

2) مبرهنة فيتاغورس العكسية

إذا حقق مثلث ABC : $AB^2 + AC^2 + BC^2$ فإنه قائم الزاوية في A

3) استعمال مبرهنة فيتاغورس المباشرة والعكسية



ABC مثلث وH المسقط العمودي للنقطة A
على (BC) بحيث $AH=2\sqrt{3}$ وBH=3
وCH=4 و$H\in[BC]$
بين أن المثلثABC قائم الزاوية في A .

الحل :

1) نحسب AB^2

بما أن ABHمثلث قائم الزاوية في H

فإن حسب مبرهن فيتاغورس المباشرة لدينا :

$$AB^2=AH^2+BH^2=3^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2=9+12=21$$

2) نحسب AC^2

بما ان ACH مثلث قائم الزاوية في H

فإن حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة لدينا :

$$AC^2 = CH^2 + AH^2 = 4^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 16 + 12 = 28$$

لدينا : $AB^2+AC^2=21+28=49$ و $BC^2 = (3+4)^2 = 7^2 = 49$

إذن $AB^2+AC^2=BC^2$

وبالتالي حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A

تماريـــن تطبيقية على مبرهنة فيثاغورس

تمرين 1 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث $AB = \left(3-\sqrt{6}\right)$ و $AC = \left(3+\sqrt{6}\right)$

أحسب BC

تمرين 2 :

ERC مثلث قائم الزاوية في R بحيث :

ER =9 و EC = 15

1) أحسب RC

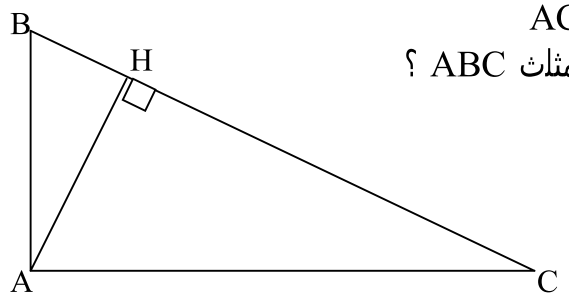
2) بين أن RH = 7,2 بحيث H هو المسقط العمودي لـ R على (EC)

تمرين 3 : ABC مثلث و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) بحيث BH = 2 و CH = 8 و AH = 4

(أنظر الشكل)

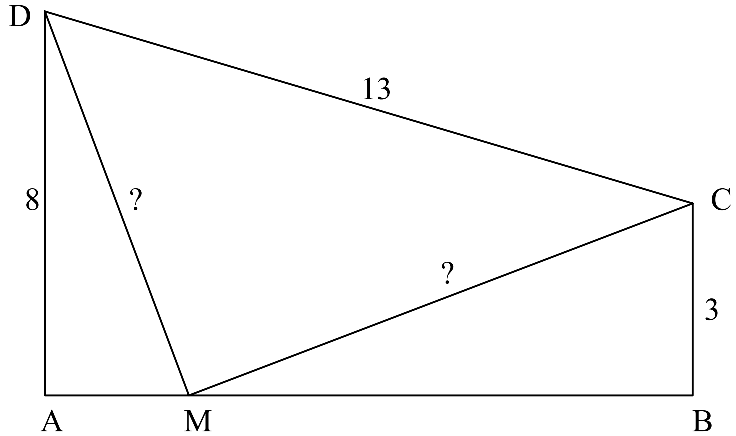
1) أحسب AB و AC

2) ما هي طبيعة المثلث ABC ؟



تمرين 4

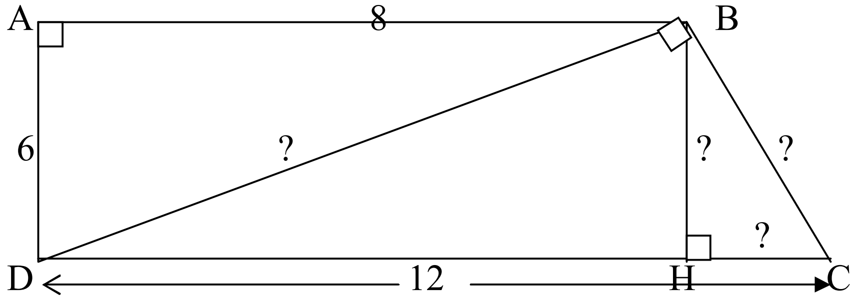
في الشكل التالي لدينا : $DC = 13$ و $BC = 3$ و $AD = 8$ و $AM = 2\sqrt{3}$ و $BM = \sqrt{74}$



1) أحسب DM ثم CM
2) ما هي طبيعة المثلث CMD

تمرين 5

أنظر الشكل التالي ثم أجب عن الأسئلة الموالية



1) أحسب BD
2) أحسب BC
3) أحسب BH
4) أحسب CH ثم DH

أجوبة مختصرة :

تمرين 1 : $Bc=\sqrt{30}$

تمرين 2 : $RC=\sqrt{15^2-9^2}=12$ و $RH=\frac{9\times 12}{15}7,2$

تمرين 3

1) $AB=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$ و $AC=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}$

2) $AB^2+AC^2=20+80=100=BC^2$ إذن ABC مثلث قائم الزاوية في A حسب م فيتاغورس العكسية

تمرين 4

$DM=\sqrt{76}$ و $CM=\sqrt{83}$ و المثلث DMC قائم الزاوية في M لأن $DC^2=DM^2+CM^2$

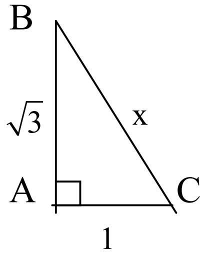
تمرين 5

BD=10 و $BC=\sqrt{44}$ و BH=AD=6 و $CH=\sqrt{44-36}=\sqrt{8}$ و $DH=12-\sqrt{8}$

الرائــــــز 1

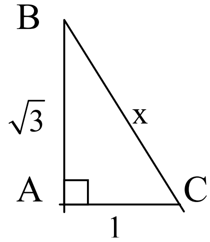
أجب عن الأسئلة التالية بـ : " صحيح " أو " خطأ " في الخانة الأولى ثم أكتب الجواب الصحيح في الخانة الثانية

-3 – 4 = 7		
-11 +5 = 16		
$\frac{3}{4}+\frac{5}{7}=\frac{8}{11}$		
$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{1}{5}\times\frac{7}{3}$		
$\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{2\times5+3\times7}{3\times5}$		
3(2x – 1) = 6x – 1		
(4 + x)(3 + y) = 4×3 +xy		
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$		
$(3x)(3x)(3x)(3x)(3x)=3x^5$		
$(a + b)(a – b) = (a + b)^2$		
$2^0+2^1+2^2+2^3+2^4=2^{10}$		
العدد 10 حل للمعادلة $x^2 = 20$		
$2^{-1}+^{-2}=2^{-3}$		
$36a^2 = 6a^2$		
$a^3=3a$		
$3^2=2^3=6$		
$\frac{a^7}{a^{-5}}=a^{7-5}$		
$\frac{a^3\times(a^2)^5}{a^{-7}}=a^{17}$		
مساحة مربع تساوي 5 إذا كان طول ضلعه 25		
$\sqrt{5}=5$		
$1+\sqrt{2}=3$		
$\sqrt{17}+\sqrt{8}=\sqrt{25}=5$		
$\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}=3+4=7$		
مقلوب العدد $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ هو العدد $\sqrt{3}+\sqrt{2}$		
$\left(3-\sqrt{2}\right)^2=9-2=7$		
الأعداد 3 و 5 و 8 أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية		
ABC مثلث قائم الزاوية بحيث AB = 3 و BC = 5 إذن AC = 4		
$\frac{3}{5-4\sqrt{2}}=\frac{3\times5+4\sqrt{2}}{5-4\sqrt{2}\times5+4\sqrt{2}}$		
ABC قائم الزاوية في B بحيث AB=3 و BC=5 إذن AC=4		
$\sqrt{\frac{49}{3}}=\frac{\sqrt{49}}{3}=\frac{7}{3}$		

 العدد x يساوي 4		
ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : BC = 10 و AC = 6 إذن : $AB^2 = 6^2 + 10^2$ $AB^2 = 36 + 100$ $AB^2 = \frac{136}{2} = 68$		

تصحيح الرائز

$-3 - 4 = 7$	خطأ	-7
$-11 + 5 = 16$	خطأ	-6
$\frac{3}{4}+\frac{5}{7}=\frac{8}{11}$	خطأ	$\frac{41}{28}$
$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{1}{5}\times\frac{7}{3}$	خطأ	$\frac{3}{5}-\frac{14}{15}$
$\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{2\times5+3\times7}{3\times5}$	خطأ	$\frac{2\times5}{3\times7}$
$3(2x - 1) = 6x - 1$	خطأ	$6x - 3$
$(4 + x)(3 + y) = 4\times3 + xy$	خطأ	$4\times3+xy+3x+4y$
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	خطأ	a^2+b^2+2ab
$(3x)(3x)(3x)(3x)(3x) = 3x^5$	خطأ	3^5x^5
$(a + b)(a - b) = (a + b)^2$	خطأ	a^2-b^2
$2^0+2^1+2^2+2^3+2^4=2^{10}$	خطأ	$1+2+4+8+16$
العدد 10 حل للمعادلة $x^2 = 20$	خطأ	$x^2=100$
$2^{-1}+2^{-2}=2^{-3}$	خطأ	$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$
$36a^2 = 6a^2$	خطأ	$36x^2=(6x)^2$
$a^3=3a$	خطأ	$a\times a\times a$
$3^2=2^3=6$	خطأ	$3^2=3\times3$
$\frac{a^7}{a^{-5}}=a^{7-5}$	خطأ	a^{7+5}
$\frac{a^3\times(a^2)^5}{a^{-7}}=a^{17}$	صحيح	
مساحة مربع تساوي 5 إذا كان طول ضلعه 25	خطأ	$\sqrt{5}$
$\sqrt{5}=5$	خطأ	$(\sqrt{5})^2=5$

$1+\sqrt{2}=3$	خطأ	$1+\left(\sqrt{2}\right)^2$
$\sqrt{17}+\sqrt{8}=\sqrt{25}=5$	خطأ	$\sqrt{17+18}=\sqrt{25}=5$
$\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}=3+4=7$	صحيح	
مقلوب العدد $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ هو العدد $\sqrt{3}+\sqrt{2}$	صحيح	
$\left(3-\sqrt{2}\right)^2=9-2=7$	خطأ	$9+2-2\sqrt{2}$
الأعداد 3 و 5 و 8 أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية	خطأ	3 و4 و5
ABC مثلث قائم الزاوية في B بحيث AB = 3 و AC = 4 إذن BC=5	خطأ	قائم الزاوية في A
$\dfrac{3}{5-4\sqrt{2}}=\dfrac{3\times5+4\sqrt{2}}{5-4\sqrt{2}\times5+4\sqrt{2}}$	خطأ	$\dfrac{3\left(5+4\sqrt{2}\right)}{\left(5-4\sqrt{2}\right)\left(5+4\sqrt{2}\right)}$
$\sqrt{\dfrac{49}{3}}=\dfrac{\sqrt{49}}{3}=\dfrac{7}{3}$	خطأ	$\dfrac{\sqrt{49}}{\sqrt{3}}=\dfrac{7}{\sqrt{3}}$
 العدد x يساوي 4	خطأ	$x=\sqrt{4}=2$
ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : BC = 10 و AC = 6 إذن : $AB^2=6^2+10^2$ $AB^2=36+100$ $AB^2=\dfrac{136}{2}=68$	خطأ	$AB^2=BC^2-AC^2=100-36=64$ إذن $AB=8$

نموذج فرض محروس 2

تمرين 1:

بسط ما يلي :

$A=\sqrt{8}+\sqrt{50}$ و $B=\sqrt{6}\times\sqrt{7}\times\sqrt{21}$ و $C=2\sqrt{45}-6\sqrt{\dfrac{5}{4}}$

و $D=\sqrt{4+3\sqrt{16}}+\sqrt{4^2+3^2}$ و $E\sqrt{32+10\sqrt{7}}-\sqrt{7}$

تمرين 2:

اجعل مقامات الأعداد التالية أعدادا جذرية

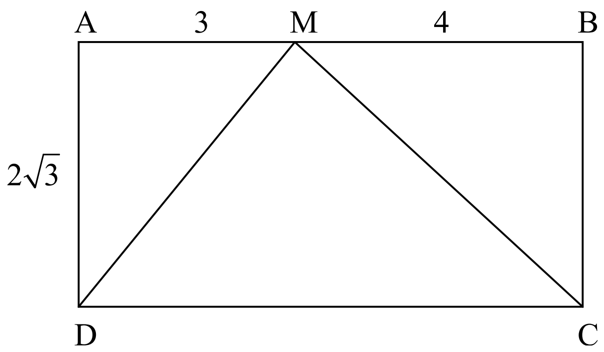
$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ و $\frac{6}{5\sqrt{2}}$

تمرين 3:

نعتبر $a=\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ و $b=\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

أحسب a+b وa-b

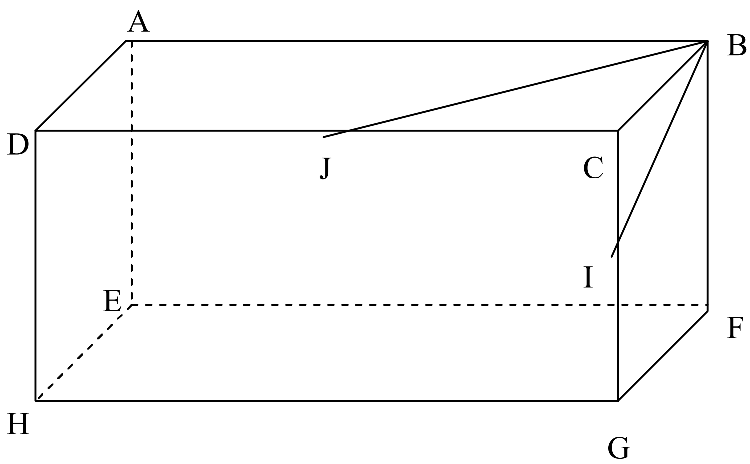
تمرين 4 :



1 ـ أحسب DM وMC

2 ـ بين أن المثلث DMC قائم الزاوية

تمرين 5 :



ABCDEFGH متوازي مستطيلات قائم الممثل في الشكل جانبه

لتكن I منتصف $[CG]$ وJ منتصف $[DC]$

1) أحسب BI و BJ و IJ

2) ما هي طبيعة المثلث BIJ ؟

الأجوبة :

تمرين 1

$A=7\sqrt{2}$ و $B=21\sqrt{2}$ و $C=3\sqrt{5}$ و D=9 وE=5

تمرين 2

$\frac{6}{5\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{5}$ و $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=5+2\sqrt{6}$

تمرين 3

$a+b=2\sqrt{5}$ و $a\times b=6$

تمرين 4

1) $DM=\sqrt{21}$ و $MC=\sqrt{28}$

2) لدينا $DM^2+MC^2=49$ و $DC^2=49$

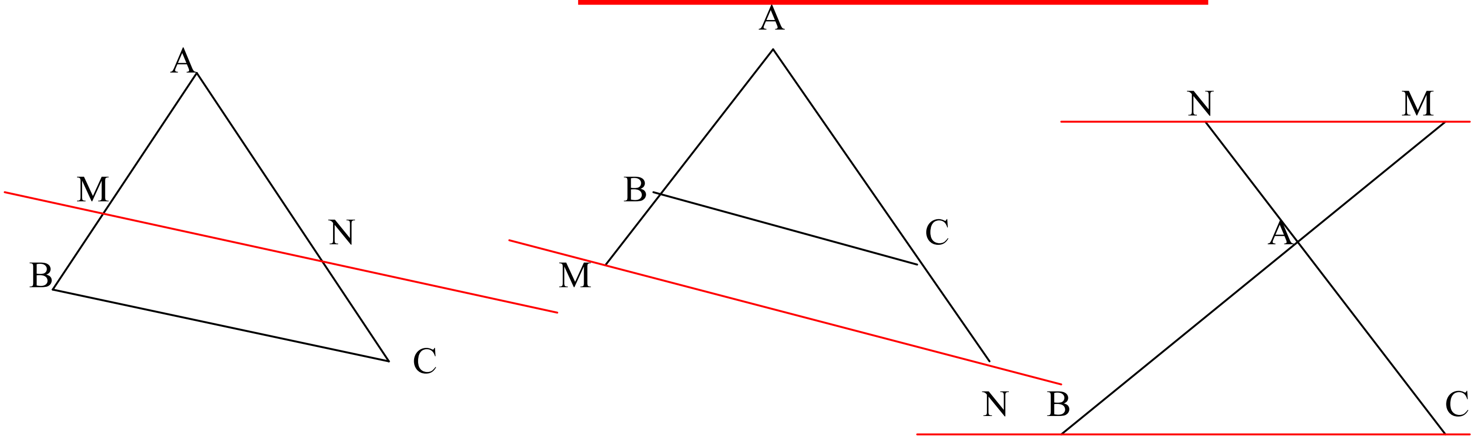
نطبق مبرهنة فيتاغورس العكسية

تمرين 5

V. مبرهنة طاليـــــس

1) خاصية طاليس المباشرة

(D) و (D’) مستقيمان متقاطعان في A .
B و M نقطتان في (D) تخالفان A .
C و N نقطتان في (D’) تخالفان A .
إذا كان (MN) // (BC) فإن :



في الحالات الثلاث لدينا :

$$\frac{AM}{Ab}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

2) خاصية طاليس العكسية :

- (D) و(D’) مستقيمان متقاطعان في A .
- B و M نقطتان من (D) تخالفان A .
- C و N نقطتان من (D’) تخالفان A .
- إذا كانت النقط A و B و M في نفس الترتيب مع النقط

A و C و N وكانت : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{BC}$

فإن (BC) يوازي (MN)

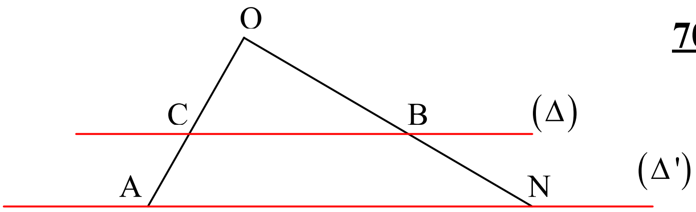
حاول بعض التمارين الخاصة بخاصية طاليس

3) **حل التمرين 2 ص 70** (أنظر الشكل)

ـ بما أن (TR)//(MN) فإن بتطبيق خ.ط.م نكتب : $\frac{ST}{SM}=\frac{SR}{SN}=\frac{TR}{MN}$

بالتعويض : $\frac{2}{x}=\frac{SR}{SN}=\frac{3}{5}$ ومنه فإن $\frac{2}{x}=\frac{3}{5}$ وهذا يعني أن $2\times5=3\times x$ أي $x=\frac{10}{3}$

4) حل التمرين 3 ص 70



بما أن : $(\Delta)//(\Delta')$ فإن بتطبيق خ.ط.م نكتب $\frac{OA}{OC}=\frac{AN}{CB}=\frac{ON}{OB}$ و بالتعويض نحصل على $\frac{5}{OC}=\frac{10}{5}=\frac{ON}{9}$

إذن: $\frac{5}{OC}=\frac{10}{5}$ يعني : $5\times5=10x$ أي $x=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$

وكذلك : $\frac{ON}{9}=\frac{10}{5}$ يعني : $10\times9=5\times ON$ أي $ON=\frac{90}{5}=18$

5) **حل التمرين 4 ص** 70 (أنظر الشكل)

بما أن $(RS)//(Rk)$ فإن بتطبيق خ.ط.م $\frac{LP}{LS}=\frac{LK}{LR}=\frac{PK}{RS}$ و بالتعويض نحصل على :

$\frac{8}{a}=\frac{LK}{LR}=\frac{3}{5}$ إذن : $\frac{8}{a}=\frac{9}{5}$ يعني $8\times5=a\times9$ أي $a=\frac{8\times5}{9}=\frac{40}{9}$

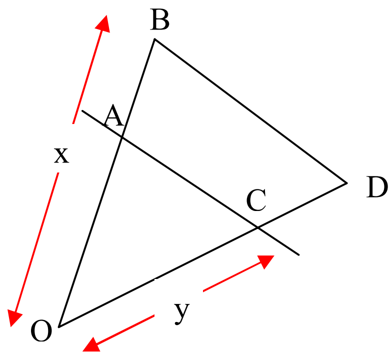
6) **حل التمرين 5 ص 70**

النسب التي تساوي $\frac{AB}{AM}$ هي : $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$

النسب التي تساوي $\frac{AN}{AR}$ هي : $\frac{AN}{AR}=\frac{AM}{AT}=\frac{MN}{TR}$

النسب التي تساوي $\frac{AT}{AB}$ هي : $\frac{AT}{AB}=\frac{AR}{AC}=\frac{TR}{BC}$

7) **حل التمرين 6**



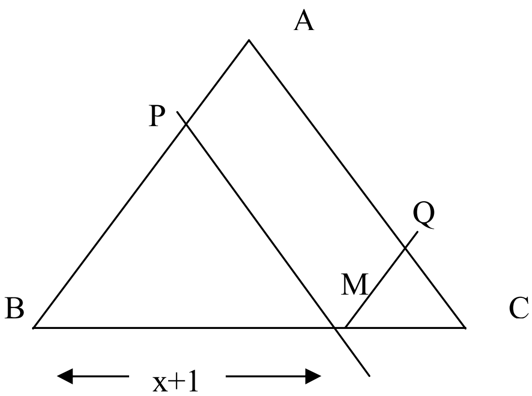
1) بما أن $O\hat{A}C=O\hat{B}D$ فإن $(BD)//(AC)$
لأن (AC) و(BD) يحددان مع القاطع لهما
(OB) زاويتين متناظرتين متقايستين
2) بما أن $(BD)//(AC)$ فإن بتطبيق خ.ط.م
نكتب $\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OD}=\frac{AC}{BD}$ وبالتعويض نحصل
على : $\frac{\sqrt{3}+1}{x}=\frac{y}{5\sqrt{3}}=\frac{4}{2\sqrt{3}+1}$

لدينا : $\frac{\sqrt{3}+1}{x}=\frac{4}{2\sqrt{3}+1}$ إذن : $4x=(2\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+1)$ ومنه $4x=7+3\sqrt{3}$ أي $x=\frac{7+3\sqrt{3}}{4}$

ولدينا : $\frac{y}{5\sqrt{3}}=\frac{4}{2\sqrt{3}+1}$ إذن $(2\sqrt{3}+1)y=4\times5\sqrt{3}$ ومنه $y=\frac{20\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1}=\frac{20}{11}\times(6-\sqrt{3})$

بعد حذف الجذر من المقام .

8) **حل التمرين 10 ص 72**



a) بما أن $(AC)//(MP)$ فإن $\frac{BM}{BC}=\frac{BP}{BA}=\frac{MP}{AC}$

بالتعويض نحصل على : $\frac{x+1}{8}=\frac{BP}{5}=\frac{MP}{7}$

لدينا $\frac{MP}{7}=\frac{x+1}{8}$ يعني $MP=\frac{7(x+1)}{8}$

نستنتج MQ بدلالةx

لدينا : $\frac{x+1}{8}=\frac{BP}{5}$ يعني $BP=\frac{5(x+1)}{8}$

حسب الشكل لدينا AP=AB-BP

إذن $AP=5-\frac{5(x+1)}{8}$ أي $AP=\frac{40-5x-5}{8}$ ومنه $AP=\frac{35-5x}{8}$

وبما أن APMQ متوازي الأضلاع فإن AP=MQ

أي $MQ=\frac{35-5x}{8}$

b) محيط متوازي الأضلاع APMQ هو $\rho=2(AP+MP)=14$

إذن $2\left(\frac{35-5x}{8}+\frac{7x+7}{8}\right)=14$ أي $\frac{35-5x+7x+7}{8}=7$ وبالتالي نجد x=7

تمرين 11 ص72

(أنظر الشكل)

1) بما أن $(SO)\perp(TO)$ و$(LU)\perp(TO)$ فإن $(SO)//(LU)$

2) بما أن $(SO)//(LU)$ فإن حسب خ ط م نكتب $\frac{TU}{TO}=\frac{TL}{TS}=\frac{UL}{OS}$

وبالتعويض نحصل على $\frac{1736}{695000}=\frac{TL}{150\times10^6}=\frac{TU}{TO}$ أي $TL=\frac{1736\times150\times10^6}{695000}\simeq3,746\times10^5Km$

تمرين 12 ص72

(أنظر الشكل)

1) باعتبار المثلث SAB لدينا $(EF)//(AB)$

إذن بتطبيق خ ط م فإن : $\frac{EF}{AB}=\frac{SF}{SB}=\frac{SE}{SA}$ نعوض : $\frac{12}{16}=\frac{SF}{SB}=\frac{EF}{AB}$ أي $\frac{3}{4}=\frac{12}{16}=\frac{SE}{SA}$

2) باعتبارالمثلث SAO لدينا $(EO')//(AO)$ وبتطبيق خ ط م نكتب : $\frac{EO'}{AO}=\frac{SO'}{SO}=\frac{SE}{SA}$

و بالتعويض نحصل على : $\frac{3}{4}=\frac{SO'}{SO}$

3) بما ان $\frac{3}{4}=\frac{SO'}{SO}$ و SO=32 فإن $\frac{3}{4}=\frac{SO'}{32}$ أي SO’=24

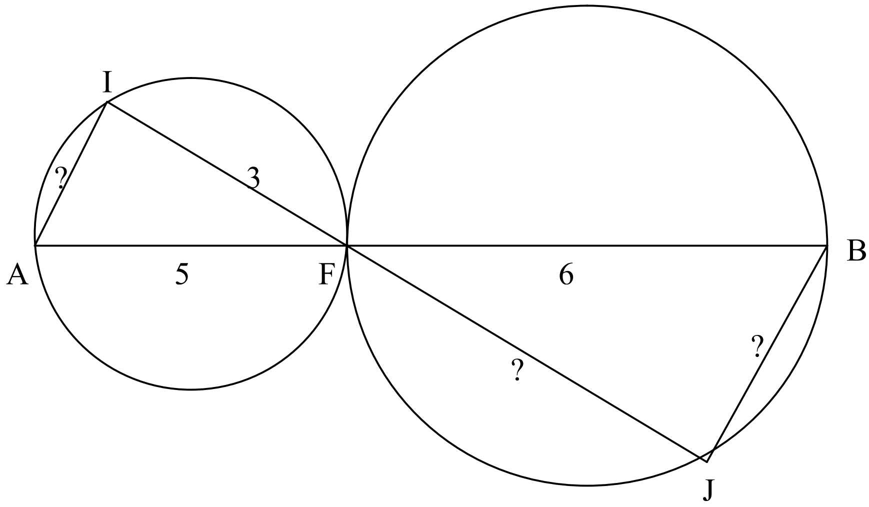
4) حجم الهرم SABCD هو $V_{SABCD}=V_1=\frac{1}{3}SO\times AB^2=\frac{1}{3}\times32\times16^2=\frac{2^{13}}{3}$

حجم الهرم SEFGH هو $V_2=\frac{1}{3}SO'\times EF^2=\frac{1}{3}\times24\times12^2=2^7\times3^2$

حجم المجسم ABCDEFGH هو $V_3=V_1-V_2=2^{13}\times3^{-1}-2^7\times3^2=2^7\times3^{-1}\left(2^6-3^3\right)=\frac{128}{3}(64-27)$

$V_3=\frac{128\times37}{3}=1578,666$

تمرين 13



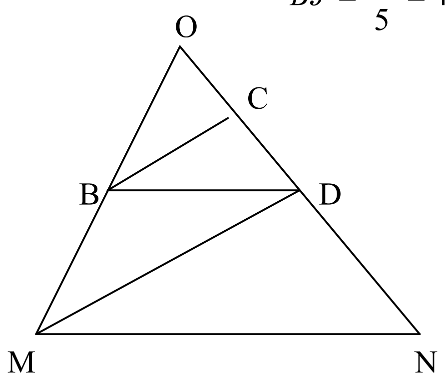
بما أن المثلث AIF قائم الزاوية في I فإن بتطبيق مبرهنة فيتاغورس المباشرة نكتب: $AI^2+IF^2=AF^2$

وبالتعويض : $AI^2+3^2=5^2$ أي $AI=4$

2) بما أن $(IJ)\perp(AI)$ و $(IJ)\perp(BJ)$ فإن $(AI)//(BJ)$

بما أن $(AI)\square(BJ)$ فإن بتطبيق خ ط م نكتب $\frac{FA}{FB}=\frac{FI}{FJ}=\frac{AI}{BJ}$ وبالتعويض : $\frac{5}{6}=\frac{3}{FJ}=\frac{4}{BJ}$

لدينا $\frac{5}{6}=\frac{4}{BJ}$ ومنه $5BJ=24$ أي $BJ=\frac{24}{5}=4,8$



تمرين 14

1) نعتبر المثلث OMD

بما أن $(BC)//(MN)$ فإن بتطبيق خ ط م $\frac{CO}{CD}=\frac{BO}{BM}(1)$

2) نعتبر المثلث OMN

بما أن $(BD)//(MN)$ فإن بتطبيق خ ط م $\frac{DO}{DN}=\frac{BO}{BM}(2)$

من (1) و (2) نستنتج أن $\frac{OD}{DN}=\frac{CO}{CD}$ ومنه $\frac{OD}{ON-OD}=\frac{OC}{OD-OC}$

أي : $OC\times(ON-OD)=OD\times(OD-OC)$ وبعد التبسيط نحصل على $OD^2=OC\times ON$

3) إذا كان $OC=2\sqrt{3-1}$ و $ON=2\sqrt{3}+1$ فإن $OD^2=\left(2\sqrt{3}+1\right)\times\left(2\sqrt{3}-1\right)=11$ أي $OD=\sqrt{11}$

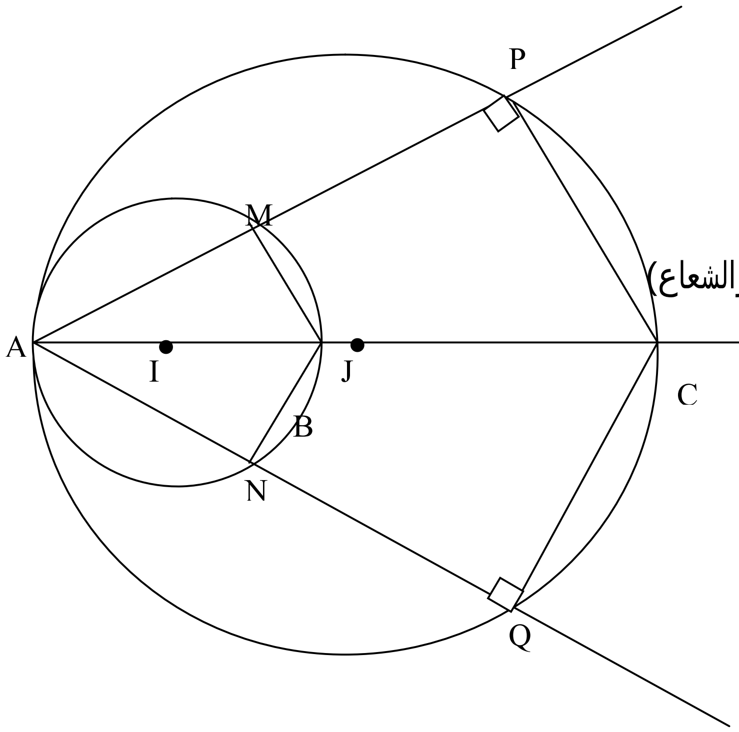
تمرين 15

(أنظر الشكل)

لدينا $\frac{OI}{OT}=\frac{1,5}{39}=\frac{15}{390}=\frac{5}{130}$ و $\frac{OJ}{OS}=\frac{0,5}{13}=\frac{5}{130}$

وبما ان $\frac{OT}{OI}=\frac{OJ}{OS}$ والنقط O وI وT مرتبة مثل النقط O وJ و S فإن $(TS)//(IJ)$ حسب خ ط العكسية

تمرين 16



1) نعتبر المثلث ACQ

$(BN)//(CQ)$ (مستقيمان عموديان على ثالث)

2) إذن حسب خ ط م نكتب $\frac{AB}{AC}=\frac{AN}{AQ}=\frac{BN}{CQ}$

لدين : AB=2AI وAC=2AJ (العلاقة بين القطر والشعاع)

إذن بالتعويض نحصل على : $\frac{2AI}{2AJ}=\frac{AN}{AQ}$

ومنه فإن: $\frac{AI}{AJ}=\frac{AN}{AQ}$

3) بنفس الطريقة وبتطبيق خ ط م على المثلث ACP

نبين أن $\frac{AI}{AJ}=\frac{AM}{AP}$

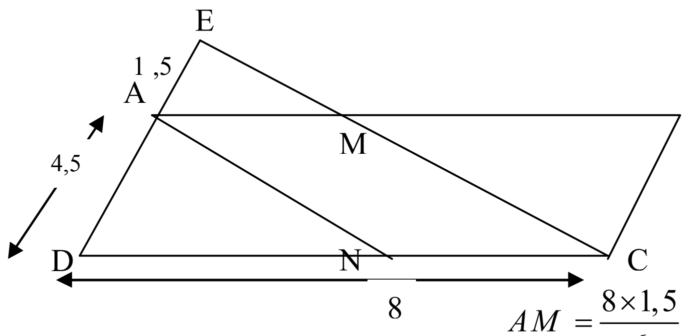
4) لدينا $\frac{AI}{AJ}=\frac{AN}{AQ}$ و $\frac{AI}{AJ}=\frac{AM}{AP}$

إذن : $\frac{AM}{AP}=\frac{AN}{AQ}$

وبما أن النقط A وM وP مرتبة مثل النقط A وN

وQ فإن حسب خ ط العكسية $(PQ)//(MN)$

تمرين 17



1) نعتبر المثلث ECD

لدينا $(CD)//(AM)$

إذن حسب خ ط م

$\frac{EA}{AD}=\frac{EM}{EC}=\frac{AM}{CD}$

وبالتعويض فإن : $\frac{1,5}{6}=\frac{EM}{EC}=\frac{AM}{8}$ ومنه $AM=\frac{8\times1,5}{6}=2$

2) لتكنN نقطة من $[CD]$ بحيث $DN=\frac{3}{4}DC$ أي $DN=\frac{3}{4}\times8=6$

لدينا : $\frac{DA}{DE}=\frac{4,5}{6}=\frac{3}{4}$

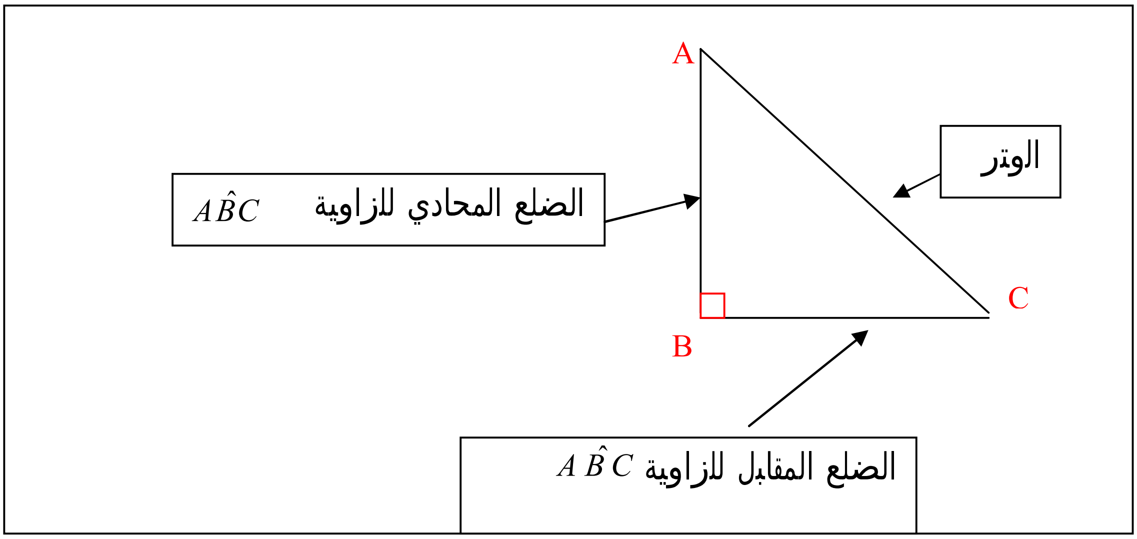
لدينا إذن : $\frac{DN}{DC}=\frac{DA}{DE}=\frac{3}{4}$

والنقط D وA وE مرتبة مثل النقط D وN وC فإن حسب خ ط ع $(AN)//(EC)$

VI. الحساب المثلثي :

1) تعاريف:

أ) ABC مثلث قائم الزاوية في A .



ب) تعريف جيب تمام زاوية :

$$\cos\left(A\hat{B}C\right) = \frac{\text{طول الضلع المحادي للزاوية } A\hat{B}C}{\text{طول الوتر}}$$

ج) تعريف جيب الزاوية :

$$\sin\left(A\hat{B}C\right) = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } A\hat{B}C}{\text{طول الوتر}}$$

د) تعريف ظل الزاوية :

$$\tan\left(A\hat{B}C\right) = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } A\hat{B}C}{\text{طول الضلع المحادي للزاوية } A\hat{B}C}$$

هـ) العلاقة بين جيب تمام وجيب زاوية حادة :

$$\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$$

و) العلاقة بين الجب وجيب التمام وظل زاوية حادة :

$$\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

تمارين في الحساب المثلثي

تمرين 1

ABC مثلث قائم الزاوية في B بحيث :AC=7 وBC=4

1) أحسب AB

2) أحسب $\sin B\hat{A}C$ و $\cos B\hat{A}C$ و $\tan B\hat{A}C$

تمرين 2

EFG مثلث قائم الزاوية في G بحيث $\sin E\hat{F}G=\frac{3}{7}$ وEF=14

أحسب EG وGF

تمرين 3

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث AB=4 وAC=3

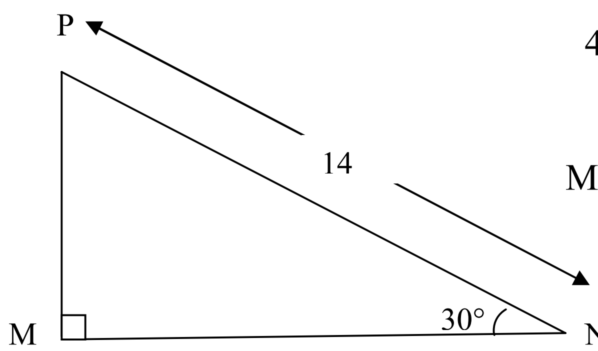
1) أحسب $\sin A\hat{B}C$ و $\cos A\hat{B}C$ و $\tan A\hat{B}C$

2) لتكن M نقطة من نصف المستقيم $[BC)$ بحيث BM=7,5

العمودي على (BC) في M يقطع (AB) في N

أحسب BN و MN

تمرين 4



أحسب MN

تمرين 5:

ليكن α قياس زاوية حادة

إذا علمت أن $\cos\alpha=\frac{1}{3}$ فاحسب $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$

تمرين 6 :

y قياس زاوية حادة

إذا علمت أن $\tan y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فاحسب cosy وsiny

تمرين 7

x قياس زاوية حادة

1ـ بين أن $\tan x \times \sin x = \frac{1}{\cos x} - \cos x$

2ـ بين أن $\frac{\cos x - 2\cos^3 x}{2\sin^3 x - \sin x} = \frac{1}{\tan x}$

تمرين 8:

بسط ما يلي :

$$A = \cos^2 x + 2\sin^2 x - 1$$

$$B = \cos^4 x + 2\cos^2 x \sin^2 x + \sin^4 x$$

$$C = \frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos^2 x} - \frac{2}{\sin^2 x}$$

<u>أجوبة مختصرة</u>

<u>تمرين 1</u>

1) $AB = \sqrt{49-16} = \sqrt{33}$

2) $\sin B\hat{A}C = \frac{CB}{AC} = \frac{4}{7}$ و $\cos B\hat{A}C = \frac{\sqrt{33}}{7}$ و $\tan B\hat{A}C = \frac{4}{\sqrt{33}}$

تمرين 2

$EG = EF \times \sin E\hat{F}G = 14 \times \frac{3}{7} = 6$ و $GF = \sqrt{14^2 - 6^2}$

تمرين 3

1) $\sin A\hat{B}C = \frac{3}{5}$ و $\cos A\hat{B}C = \frac{4}{5}$ $\tan ABC = \frac{3}{4}$

2) $BN = \frac{BM}{\cos A\hat{B}C} = 7,5 \times \frac{5}{4} = 9,375$ و $MN = BM \times \tan A\hat{B}C = 7,5 \times \frac{3}{4} = 5,625$

تمرين 4

$$MN = PN \times \cos 30°$$

تمرين 5

$\sin \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ و $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

تمرين 6

$\cos y = \sqrt{\frac{1}{\tan^2 y + 1}}$ و $\sin y = \sqrt{1 - \cos^2 y}$

تمرين 7

1) $\tan x \times \sin x = \frac{\sin x}{\cos x} \times \sin x = \frac{\sin^2 x}{\cos x} = \frac{1-\cos^2 x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \cos x$

2) $\frac{\cos x - 2\cos^3 x}{2\sin^3 x - \sin x} = \frac{\cos(1-2\cos^2 x)}{\sin x\,(2\sin^2 x - 1)} = \frac{\cos x}{\sin x} \times \frac{((1-\cos^2 x) - \cos^2 x)}{(\sin^2 x + (\sin^2 x - 1))} = \frac{1}{\tan x} \times \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{\tan x}$

تمرين 8

$A=\cos^2x+2\sin^2x-1=\sin^2x$ و $B=(\cos^2x+\sin^2x)^2=1$

VII. الترتيب :

1) قاعدة 1 ـ

إذا كان $a\le b$ فإن $a-b\le 0$
إذا كان $a-b\le 0$ فإن $a\le b$

2) الترتيب والعمليات :

إذا كان $a\le b$ فإن $a+c\le b+c$
إذا كان $a+c\le b+c$ فإن $a\le b$

(3

- إذا كان $a\le b$ و k>0 فإن $ak\le bk$
- إذا كان $a\le b$ و k<0 فإن $ak\ge bk$
- إذا كان $ak\le bk$ و k>0 فإن $a\le b$
- إذا كان $ak\le bk$ و k<0 فإن $a\ge b$

4) التأطير :

- إذا كان a<b و فإن a<x<b يسمى تأطيرا للعدد x
- إذا كان $a\le b\le c$ ، $c\le y\le d$ و a و b و c موجبة فإن $ac\le xy\le bd$

- إذا كان $a\le b$ و a و b موجبان فإن $a^2\le b^2$
- إذا كان $a^2\le b^2$ و a و b موجبان فإن $a\le b$

- إذا كان a<b و a و b موجبان قطعا
- إذا كان $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$ و كان a و b موجبان فإن $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$
- نتيجة : إذا كان a<b وكان a و b سالبان فإن a<b

تمارين حول الترتيب

تمرين 1

قارن : * $\frac{-7}{11}$ و $\frac{-5}{8}$

* $2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{3}$

* $\sqrt{3}$ و $1+\sqrt{2}$

* $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$ و $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$

تمرين 2

x و y عددان حقيقيان بحيث $1 \le x \le 3$ و $-2 \le y \le -1$

1) حدد تأطيرا لكل عدد من الأعداد التالية

x+y و x-y و xy و $\frac{x}{y}$

2) حدد تأطيرا للتعابير التالية

y-2x و y^2-3y+5 و $\frac{x^2+3}{x-y}$

3) a عدد حقيقي يحقق :

$-7 \le -13a+5 \le 4$

حدد تأطيرا للعدد a

تمرين 3

a وb عددان حقيقيان موجبان قطعا بحيث :

$3 \le \sqrt{a} \le 6$

$4 \le \sqrt{b} \le 8$

1) حدد تأطيرا للعدد a ثم للعدد b

2) حدد تأطيرا للعدد $\sqrt{a+b}$

تمرين 4

نعتبر العدد $x = \frac{5}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$

إذا علمت أن $8,05 \le x \le 8,10$

فحدد تأطيرا للعدد $\sqrt{5}$

تمرين 5

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا بحيث $a \le b$

1) رتب الأعداد ab و b^2 و a^2

2) قارن بين العددين $(a+b)$ و $2\sqrt{ab}$

تمرين 6

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا

1) قارن بين العددين a^2+b^2 و 2ab

2) قارن بين العددين $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)$ و 2

3) استنتج أن $a+\frac{1}{a} \ge 2$

تمرين 7

a وb عددان حقيقيان بحيث a<b

1) رتب الأعداد التالية a وb و $\frac{a+b}{2}$

عناصر الإجابة على تنارين الترتيب

تمرين 1

- لمقارنة العددين $\frac{-7}{11}$ و $\frac{-5}{8}$ نحسب فرقهما الذي يساوي $\frac{1}{88}$

  إذن $\frac{-7}{11} \leq \frac{-5}{8}$
- لمقارنة العددين $2\sqrt{7}$ و$3\sqrt{3}$ نرفعهما إلى الأس 2 ثم نقارن النتيجتين
- لمقارنة العددين 3 و $1+\sqrt{2}$ نرفعهما إلى الأس 2 ثم نقارن النتيجتين
- لمقارنة العددين $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$ و $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$ نحول مقاميهما إلى عددين جذريين ثم نقارن النتيجتين

التمرين 2

1) $-1 \leq x+y \leq 2$ و $2 \leq x-y \leq 5$ و $-6 \leq xy \leq -1$ و $-2 \leq \frac{x}{y} \leq \frac{-1}{2}$

2) $-8 \leq y-2x \leq -3$ و $9 \leq y^2-3y+5 \leq 15$ و $\frac{4}{5} \leq \frac{x^2+3}{x-y} \leq 6$

3) $\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{12}{13}$ و $16 \leq b \leq 64$ و $9 \leq \sqrt{a+b} \leq 10$

تمرين 4

$2,22 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$

تمرين 5

1) $a^2 \leq ab \leq b^2$

2) نلاحظ أن $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 \geq 0$ ثم نستنتج أن $2\sqrt{ab} \leq a+b$

تمرين 6

1) نلاحظ أن $(a-b)^2 \geq 0$ ثم نستنتج أن $2ab \leq a^2+b^2$

2) نحسب الفرق $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)-2$

3) نعوض العدد b بالعدد 1 في السؤال 2

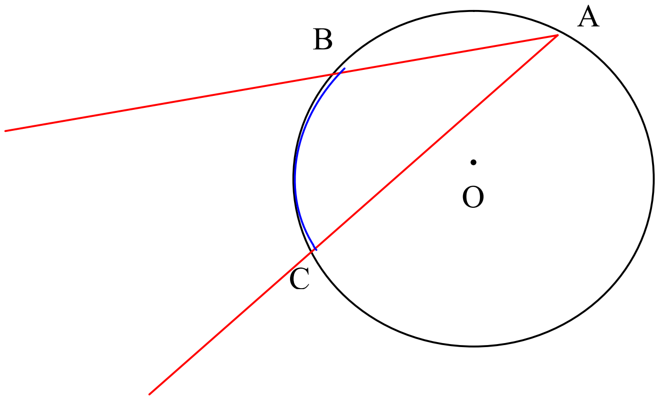
تمرين 7

1) $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$ $\frac{a+b}{2}$ يسمى المعدل الحسابي للعددين a و b

VIII. الزوايا المركزية والزوايا المحيطية في دائرة

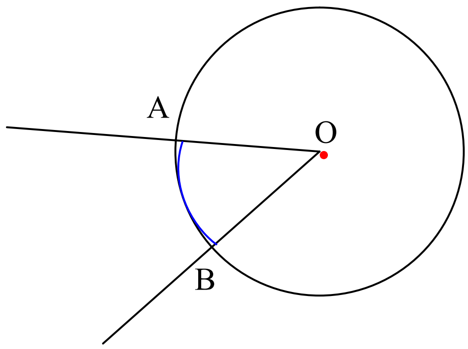
تعريف 1 ـ

كل زاوية ينتمي رأسها إلى دائرة وتحصر قوسا من هذه الدائرة تسمى زاوية محيطية .



تعريف 2 ـ

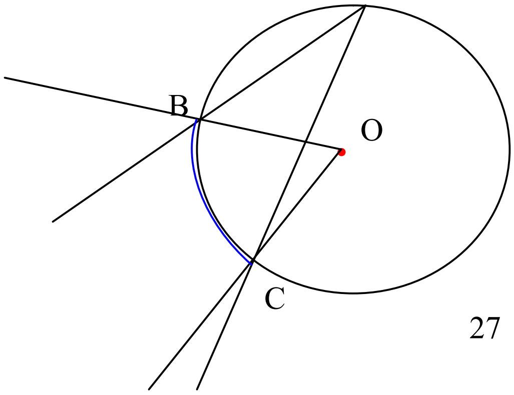
في دائرة كل زاوية مركزها هو رأس الدائرة تسمى زاوية مركزية



مقارنة زاوية محيطية وزاوية مركزية تحصران نفس القوس

قاعدة 1 ـ

في دائرة قياس زاوية محيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المرتبطة بها

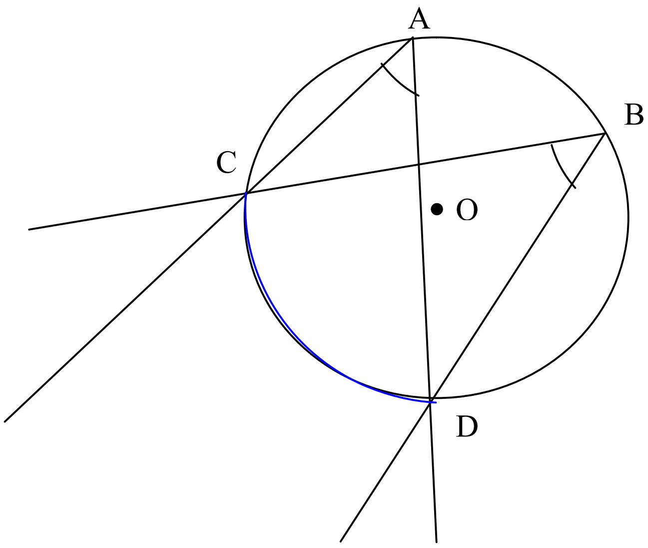


$$B\hat{O}C = 2B\hat{A}C$$

$$B\hat{A}C = \frac{1}{2}B\hat{O}C$$

قاعدة 2 ـ

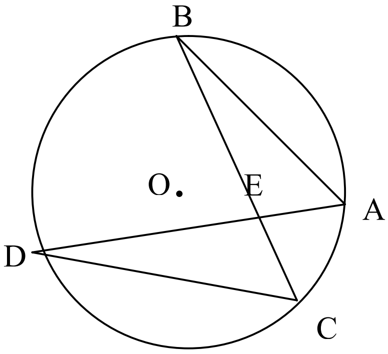
في دائرة ، زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس تكونان متقايستسن



$C\hat{A}D = C\hat{B}D$

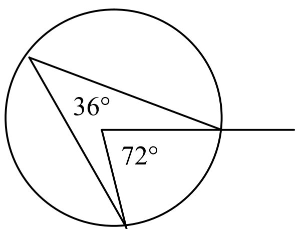
تمارين حول الزاوية المحيطية (صفحة 107 من الكتاب المدرسي)

تمرين 1



الزاوية	$D\hat{A}B$	$B\hat{E}D$	$A\hat{B}C$	$D\hat{C}B$	$E\hat{C}D$
محيطية	X	X	X	X	X
القوس	$\overset{\frown}{DB}$	$\overset{\frown}{BD}$	$\overset{\frown}{AC}$	$\overset{\frown}{DB}$	$\overset{\frown}{DB}$

تمرين 3

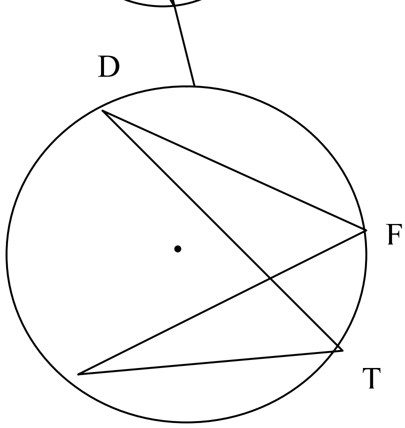


$S\hat{I}E = 72°$ و $S\hat{I}E$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $S\hat{L}E$

إذن $S\hat{I}E = 2S\hat{L}E$

وهذا يعني أن $S\hat{L}E = \frac{S\hat{I}E}{2}$ ومنه $S\hat{L}E = \frac{72}{2} = 36°$

تمرين 4

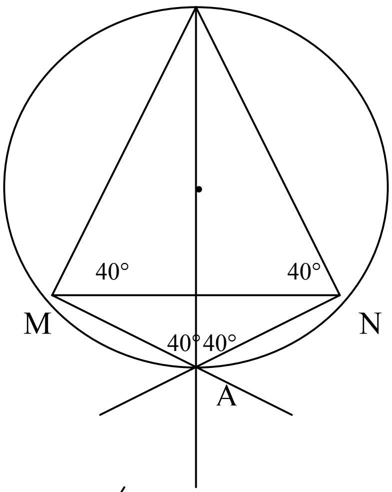


ـ $F\hat{C}T = F\hat{D}T = 25°$ (لأنهما زاويتان محيطيتان في الدائرة (C) وتحصران نفس القوس $\overset{\frown}{FT}$)

ـ $D\hat{F}C = D\hat{T}C = 48°$ (لأنهما زاويتان محيطيتان في الدائرة (C) وتحصران نفس القوس $\overset{\frown}{CD}$)

P

تمرين 8

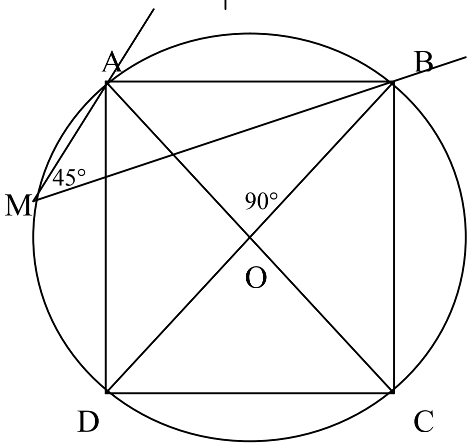


- $P\hat{A}M = P\hat{N}M = 40°$ (زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AD}$)

و $P\hat{A}N = P\hat{M}N = 40°$ (مثلث متساوي الساقين)

إستنتاج : $P\hat{A}N = P\hat{M}N = 40°$ وبالتالي فإن $(AP]$ منصف الزاوية $M\hat{A}N$

تمرين 9



$A\hat{O}B = 90°$ (ABCD مربع و له قطران متقايسان ومتعامدان)

$A\hat{M}B$ زاوية محيطية مرتبطة بالزاوية المركزية $A\hat{O}B$ لأنهما تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$.

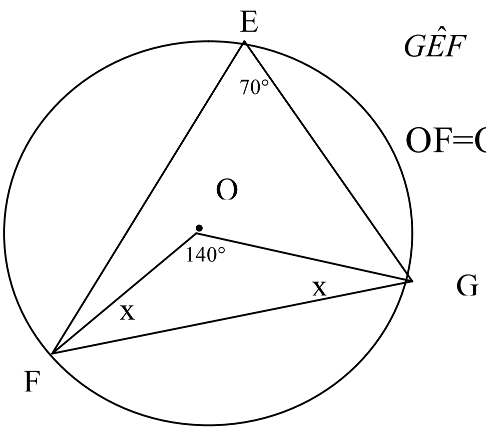
ومنه $A\hat{M}B = \frac{1}{2} A\hat{O}B = 45°$

$B\hat{M}D$ زاوية محيطية وتحصر نصف دائرة ($B\hat{O}D = 180°$)

ومنه $B\hat{M}D$ زاوية قائمة

إذن $A\hat{M}D = A\hat{M}B + B\hat{M}D = 45 + 90 = 135°$

تمرين 10



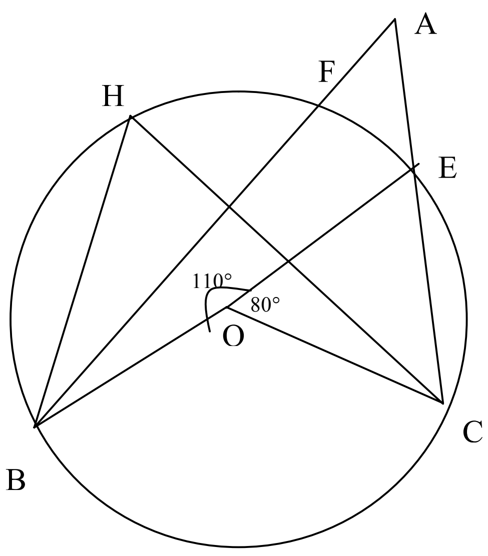
$G\hat{O}F$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $G\hat{E}F$

لدينا $G\hat{E}F = 70°$ إذن $G\hat{E}F = 140°$

المثلث OFG متساوي الساقين رأسه O لأن OF=OG (شعاعين لنفس الدائرة)

ومنه فإن $x = O\hat{F}G = 20°$

تمرين 16



جميع الزوايا المحيطية في الشكل :

$C\hat{E}O ; H\hat{C}O ; H\hat{C}B ; O\hat{C}B ; H\hat{B}C ; O\hat{B}C ; O\hat{B}F ; F\hat{B}H ; E\hat{C}H ; B\hat{C}E$

- الزاوية المركزية المرتبطة بالزاوية المحيطية $B\hat{C}E$ هي $B\hat{O}E$

وقياسها 110° ومنه $B\hat{C}E = \frac{110}{2} = 55°$

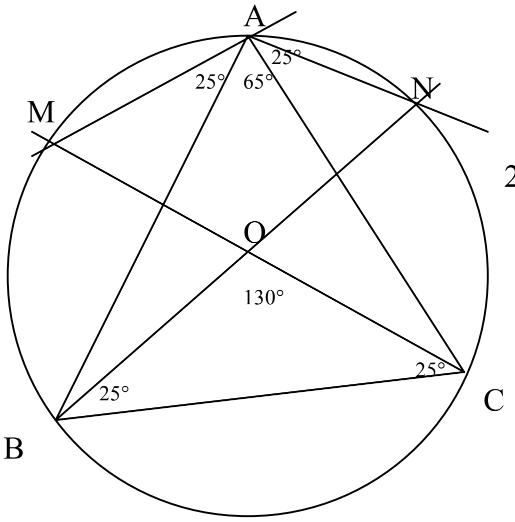
- لنحسب أولا $B\hat{O}C$: لدينا $B\hat{O}C + 100 + 80 = 360°$

ومنه : $B\hat{O}C = 170°$

$B\hat{O}C$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $B\hat{H}C$

ومنه : $B\hat{O}C = 2B\hat{H}C$ أي $B\hat{H}C = \frac{1}{2} B\hat{O}C = \frac{170}{2} = 85°$

تمرين 19



ـ تحديد قياس الزاوية $B\hat{O}C$

$B\hat{O}C$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $B\hat{A}C$

ومنه : $B\hat{O}C = 2B\hat{A}C = 65\times 2 = 130°$

ـ المثلث BOC متساوي الساقين رأسه O ومنه $2O\hat{B}C + 130 = 180°$

أي $O\hat{C}B = O\hat{B}C = 25°$

$C\hat{B}N$ و $C\hat{A}N$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس

ومنه $C\hat{A}N = 25°$

$M\hat{A}B$ و $M\hat{C}B$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس

ومنه $M\hat{A}B = M\hat{C}B = 25°$

لدينا $M\hat{A}B = 25°$ و $C\hat{A}N = 25°$ وبالتالي $M\hat{A}B = C\hat{A}N = 25°$

تمرين 20

1- بما أن OA=OB (شعاعين في الدائرة) فإن المثلث AOB متساوي الساقين رأسه O

وبما أن OM=OA (شعاعين في الدائرة) فإن المثلث AOM متساوي الساقين رأسه O

2- وبما أن OM=OB (شعاعين في الدائرة) فإن المثلث BOM متساوي الساقين رأسه O

3- بما أن المثلث AOB متساوي الساقين رأسه O فإن زاويتي قاعدته متقايستان

وبما أن مجموع قياسات زوايا مثلث يساوي 180° فإن $A\hat{O}B + 2a = 180$

أي $A\hat{O}B = 180 - 2a$

4- مجموع قياسات زوايا المثلث AMB a+b+a+c+b+c=2a+2b+2c

ومنه نستنتج أن 180 =2a+2b+2c

ب) بما أن 2a+2b+2c=180 فإن 2a=180-2(b+c)

ج) بما أن $A\hat{O}B$ =180-2a حسب السؤال الثالث 2a=180-2(b+c) حسب السؤال ب فإن :

$A\hat{O}B$ =180-2a

2a=180-2(b+c)

ومنه $A\hat{O}B$ =180-(180-2(b+c))

$A\hat{O}B$ =2(b+c) أي $A\hat{O}B$ =2b+2c

بما أن $A\hat{M}B$ =b+c و $A\hat{O}B$ =2(b+c) فإن $A\hat{O}B$ =2 $A\hat{M}B$ (بالتعويض)

تمرين 24 (أنظر الشكل)

$P\hat{O}R = 90°$ (زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $P\hat{Q}R$

ومنه فإن $P\hat{Q}R = 45°$

$M\hat{O}R = 90°$ وهي زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $M\hat{Q}R$

ومنه $M\hat{Q}R = 45°$

نستنتج أن $P\hat{Q}R = M\hat{Q}R$ وبالتالي فإن $[QR)$ هو منصف الزاوية $M\hat{Q}P$

تمرين 27

لدينا ① $A\hat{B}C = 2A\hat{K}C$ (زاوية مركزية مرتبطة بزاوية محيطية في دائرة)
② $A\hat{K}C = A'\hat{K}C'$ (زاويتان متقابلتان بالرأس)
③ $A'\hat{B}'C' = 2A'\hat{K}C'$ (زاية مركزية مرتبطة بزاوية محيطية في الدائرة الثانية)

من ① و ② و ③ نستنتج أن $A\hat{B}C = A'\hat{B}'C'$

تمرين 28

$A\hat{O}B = \frac{1}{2}D\hat{O}B$ (زاوية مركزية مرتبطة بزاوية محيطية في الدائرة(L1)

$D\hat{O}B = F\hat{O}G$

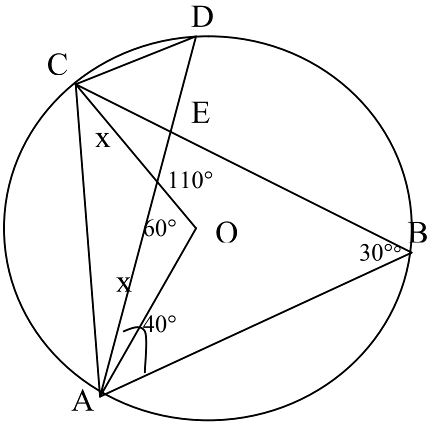
ومنه $A\hat{O}B = \frac{1}{2}F\hat{O}G$

$A\hat{O}B = \frac{1}{2}\left(2F\hat{E}G\right)$ (لأن $F\hat{O}G$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $F\hat{E}G$ في الدائرة (L2)

$A\hat{O}B = \frac{1}{2}I\hat{O}H$ (لأن $F\hat{O}G$ متقابلة بالرأس مع $I\hat{O}H$)

$A\hat{O}B = \frac{1}{2}\left(2I\hat{J}H\right)$ (لأن $I\hat{O}H$ زاوية مركزية مرتبطة بالزاوية المحيطية $I\hat{J}H$ في الدائرة (L3)

نستنتج أن $A\hat{O}B = F\hat{E}G = I\hat{J}H$



تمرين 30

1) $D\hat{E}C = 110°$ (لأن $D\hat{E}C = A\hat{E}B$ زاويتان متقابلتان بالرأس)

$B\hat{A}D = D\hat{C}B = 40°$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس)

$A\hat{B}C + 40 + 110 = 180°$ ومنه $A\hat{B}C = 30°$ (في المثلث ABE)

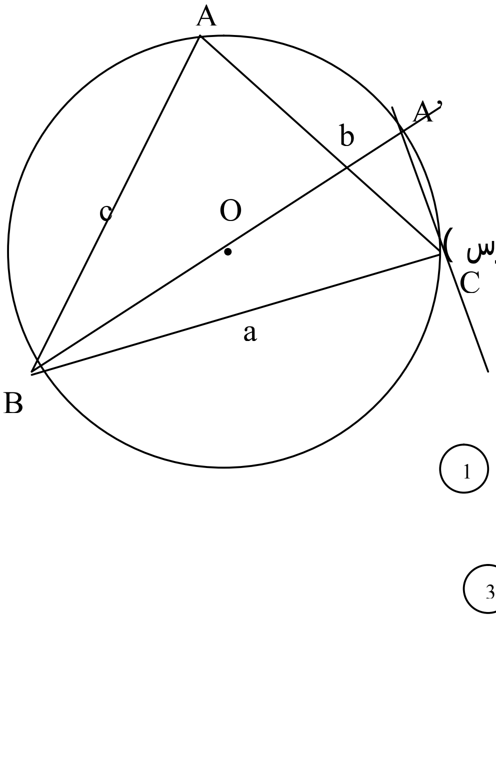
ومنه $C\hat{D}E = A\hat{B}C = 30°$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس)

وبالتالي $A\hat{O}C = 2A\hat{B}C = 60°$

IX. المثلث AOC متساوي الساقين رأسه O

وبما أن $A\hat{O}C = 60°$ فإن 2x+60=180° وهذا يعني أن x=60°

ومنه فإن المثلث AOC متساوي الأضلاع



تمرين 33

1- لتكن 'A النقطة المقابلة قطريا للنقطة B

يعني أن 'BA هو قطر الدائرة إي BA'=2R

وهذا يعني ان المثلث 'BCA قائم الزاوية في C

2-لدينا $B\hat{A}C = B\hat{A}'C$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس)

نعتبر المثلث BA'C القائم الزاوية في C

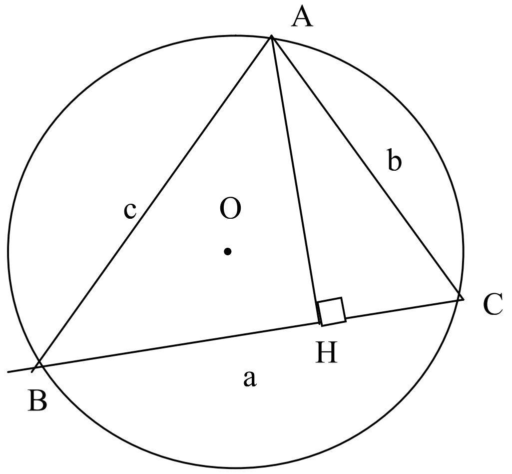
لدينا : $\sin B\hat{A}'C = \frac{BC}{BA'}$

ومنه : $\begin{cases} \sin B\hat{A}'C = \frac{a}{2R} \\ B\hat{A}'C = B\hat{A}C \end{cases}$ نستنتج أن $\sin B\hat{A}C = \sin\hat{A} = \frac{a}{2R}$ ①

3- بنفس الكيفية نبين أن $\sin\hat{B} = \frac{b}{2R}$ ② و $\sin\hat{C} = \frac{c}{2R}$ ③

من ① و ② و ③ نستنتج أن $\frac{\sin\hat{A}}{a}=\frac{\sin\hat{B}}{b}=\frac{\sin\hat{C}}{c}=\frac{1}{2R}$

أي : $\frac{a}{\sin\hat{A}}=\frac{b}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{\sin\hat{C}}=2R$



تمرين 32

نعتبر الارتفاع AH الموافق للضلع $[BC]$

لدينا $(AH)\perp(BC)$. ولتكن S مساحة المثلث ABC

$$S=\frac{BC\times AH}{2}$$

في المثلث ABH القائم الزاوية في H لدينا

$\sin\hat{B}=\frac{AH}{AB}$ أي $\sin\hat{B}=\frac{AH}{c}$ إذن $AH=c\sin\hat{B}$

ولدينا حسب التمرين33 السابق $\sin\hat{B}=\frac{b}{2R}$ أي $AH=\frac{cb}{2R}$

ومنه فإن المساحة S تساوي $S=\frac{a\times\frac{bc}{2R}}{2}$ أي $S=\frac{abc}{4R}$

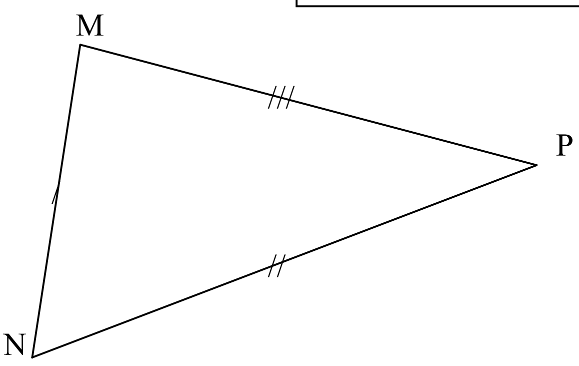
X. المثلثات المتقايسة

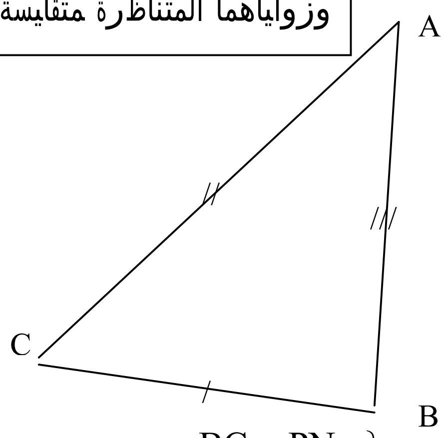
تعريف :

مثلثان متقايسان هما مثلثان قابلان للتطابق

نتيجة :

إذا كان مثلثان متقايسين فإن أضلاعهما المتناظرة متقايسة وزواياهما المتناظرة متقايسة





$$\left.\begin{array}{l}B\hat{A}C=N\hat{M}P\\A\hat{C}B=M\hat{P}N\\A\hat{B}C=M\hat{N}P\end{array}\right\}\qquad\left.\begin{array}{l}BC=PN\\AC=MP\\AB=MN\end{array}\right\}$$

حالات تقايس المثلثات

الحالة الأولى :

إذا قايست أضلاع مثلث أضلاع مثلث آخر على التوالي فإن هذين المثلثين متقايسان .

الحالة الثانية :

إذا قايس ضلعان لمثلث والزاوية المحصورة بينهما ضلعين لمثلث آخر والزاوية المحصورة بينهما فإن هذين المثلثين متقايسان .

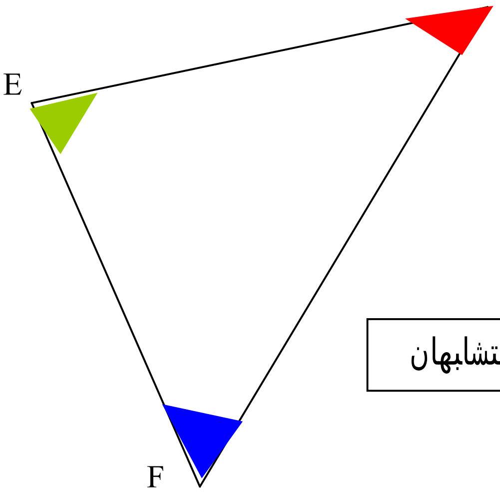
الحالة الثالثة :

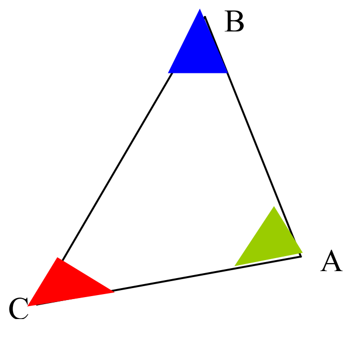
إذا قايست زاويتان لمثلث والضلع المحادي لهما زاويتين لمثلث آخر والضلع المحادي لهما فإن هذين المثلثين متقايسان .

XI. المثلثات المتشابهة

تعريف :

يكون مثلثان ABC و EFG متشابهين إذا قايست زوايا المثلث ABC على التوالي زوايا المثلث EFG





المثلثان ABC و EGF متشابهان

استـــــنتاج :

إذا كان ABC و EFG مثلثين متشابهين فإن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي :

$$\frac{EF}{AB}=\frac{EG}{AC}=\frac{FG}{BC}=K$$

K عدد حقيقي موجب قطعا ويسمى : نسبة التشابه

حالات تشابه المثلثات
الحالة الأولى :

إذا قايست زاويتان لمثات على التوالي زاويتين لمثات آخر فغن هذين المثلثين متشابهان

الحالة الثانية :

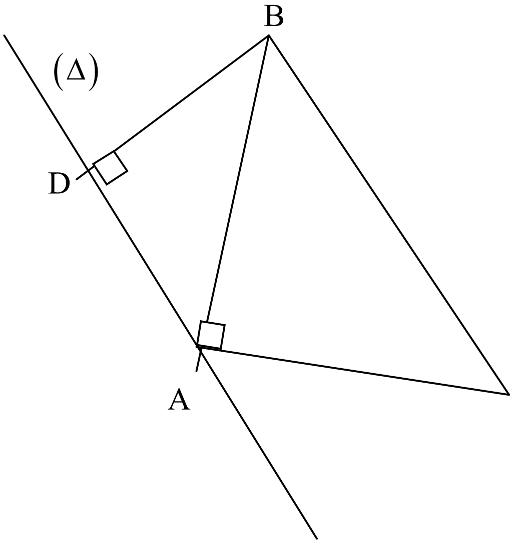
إذا قايست زاوية لمثات زاوية لمثات آخر وكانت أطوال الأضلاع المحادية للزاويتين متناسبة فإن هذن المثلثين متشابهان

الحالة الثالثة :

إذا كانت أطوال أضلاع مثات متناسبة على التوالي مع أطوال أضلاع مثات آخر فإن هذين المثلثين متشابهان

حاول تمارين حول المثلثات المتشابهة من الكتاب المدرسي

تمرين 1



في المثلثين ABD و ABC لدينا

* $A\hat{D}B = B\hat{A}C = 90°$

* $A\hat{B}C = B\hat{A}D$ (متبادلتان داخليا بالنسبة للمتوازيين (BC)

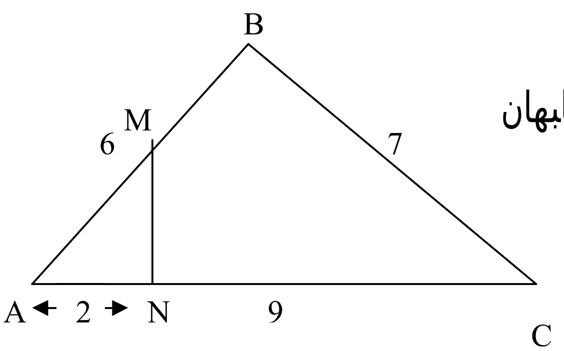
و (Δ) والقاطع لهما (AB)

نستنتج أن المثلثين ABC و ABD متشابهان

* بما أن المثلثين ABC و ABD متشابهان فإن أضلاعهما المتناظرة متناسبة

أي : $\frac{BC}{AB} = \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{BD}$ ومنه فإن $AB^2 = AD \times BC$

تمرين 2



في المثلثين ABC و ABD لدينا :

$B\hat{A}C$ زاوية مشتركة (1)

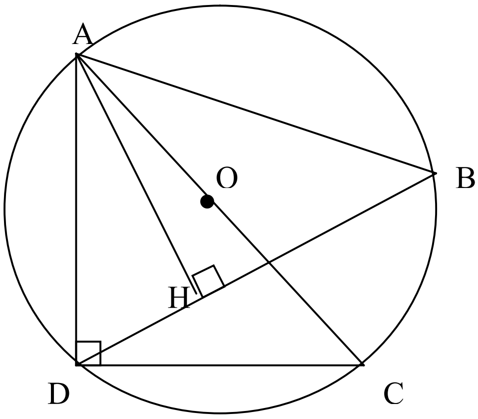
لدينا أيضا $\frac{AN}{AB} = \frac{1}{3}$ و $\frac{AM}{AC} = \frac{1}{3}$ إذن $\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن المثلثين ABC و AMN متشابهان

إذن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي :

$\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3}$ ومنه $MN = \frac{7}{3}$

تمرين 4



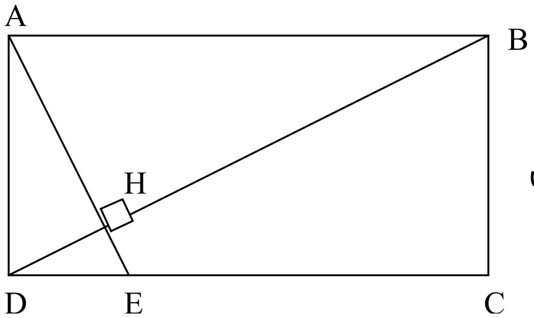
لدينا : $\hat{H}=90°$ و $A\hat{D}C=90°$ إذن $\hat{H}=A\hat{D}C$

$A\hat{B}H=A\hat{C}D$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس)

إذن : المثلثان ABH و ACD متشابهان

وبالتالي : $\frac{AB}{AC}=\frac{AH}{AD}=\frac{HB}{DC}$ ومنه $AB\times AD=AC\times AH$

تمرين 6



في المثلث DHE لدينا : $D\hat{A}E+H\hat{E}D=90°$ (1)

في المثلث ADE لدينا : $D\hat{A}E+H\hat{E}D=90°$ (2)

من (1) و(2) نستنتج أن $H\hat{D}E=D\hat{A}E$ (3)

2) في المثلثين ADE و BCD لدينا $A\hat{D}E=B\hat{C}D=90°$ (4)

من (3) و (4) نستنتج أن المثلثين ADE و BCD متشابهان

3) بما أن المثلثين ADE و BCD متشابهان فإن :

$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{CD}=\frac{AE}{BD}$ ومنه $DE=\frac{AD}{DC}\times BC$

تمرين 9

ABC وKLM مثلثان متشابهان بحيث [AB] و [AC] متناظران على التوالي مع [KM] و[KL]

إذن $\hat{A}=\hat{K}$ و $\hat{C}=\hat{L}$ و $\hat{B}=\hat{M}$ و $\frac{AB}{KM}=\frac{AC}{KL}=\frac{BC}{ML}=k$

وبالتعويض : $\frac{15}{KM}=\frac{18}{KL}=\frac{24}{12}=2$ إذن k=2 و KM=7,5 وKL=9

تمرين 14

في المثلثين ABC و A'B'C' لدينا

$\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}=r$ فإن المثلثين ABC و A'B'C' متشابهان

بما أن المثلثين ABC و A'B'C' متشابهان فإن زواياهما المتناظرة متقايسة

إذن : $\hat{A}=\hat{A}'$ و $\hat{B}=\hat{B}'$ و $\hat{C}=\hat{C}'$

في المثلثين ; ABH وA'B'K لدينا $A\hat{H}B=A'\hat{K}B'=90°$ و $A\hat{B}H=A'\hat{B}'K$

ومنه فإن المثلثين ; ABH وA'B'K متشابهان

وبالتالي فإن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي $\frac{A'K}{AH}=\frac{B'K}{BH}=\frac{A'B'}{AB}=r$ إذن $\frac{A'K}{AH}=r$

مساحة المثلث ABC هي $S=\frac{AH\times BC}{2}$

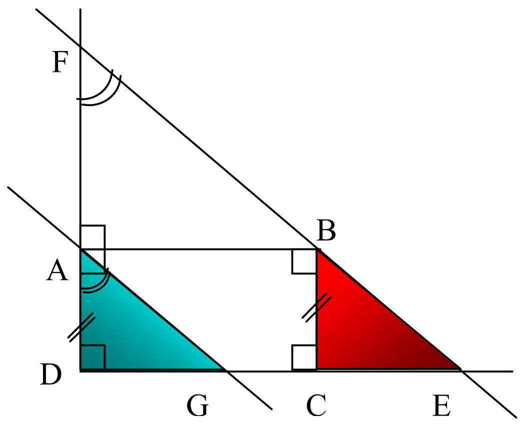
مساحة المثلث A'B'C' هي $S'=\frac{A'K\times B'C'}{2}$

بقسمة S على S' نحصل على

$\frac{S}{S'}=\frac{A'K}{AH}\times\frac{B'C'}{BC}=r\times r=r^2$

ومنه $S'=r^2S$

تمرين 22



* لنبين أن المثلثين ADG و BCE متقايسان .

$A\hat{G}D = B\hat{C}E$ (زاويتان متناظرتان بالنسبة للمتوازيين (EF) و (AG) والقاطع لهما (BE))

$A\hat{D}G = B\hat{C}E = 90^0$ (لأن $ABCD$ مستطيل)

نستنتج أن $D\hat{A}G = C\hat{B}E$

لدينا في المثلثين ADG و BCE :

1) $BC = AD$ (عرضي المستطيل)

2) $B\hat{C}E = A\hat{D}G = 90^0$

3) $D\hat{A}G = C\hat{B}E$

من 1) و2) و 3) نستنتج أن المثلثين ADG و BCE متقايسان

* لنبين أن المثلثين ADG و FAB متشابهان :

+ لدينا $D\hat{A}G = A\hat{F}B$ (متناظرتان بالنسبة للمتوازيين (AG) و (EF) و القاطع لهما (DF))

+ $B\hat{A}F = A\hat{D}G = 90^0$

نستنتج أن المثلثين ADG و FAB متشابهان .

بما أن BCE متقايس مع ADG (حسب السؤال 1) و ADG متشابه مع FAB (حسب السؤال 2)

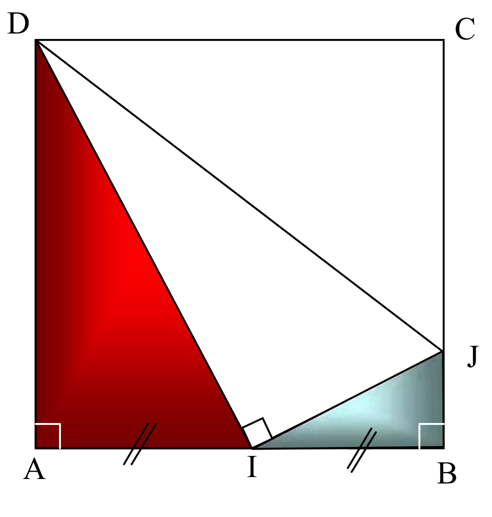
فإن BCE و FAB متشابهان .

بما أن المثلثين BCE و FAB متشابهان فإن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي:

$\frac{EB}{BF} = \frac{BC}{AF} = \frac{EC}{AB}$ ومنه $\frac{EB}{BF} = \frac{EC}{AB}$ بقي $\boxed{\frac{BA}{BF} = \frac{EC}{EB}}$

(خاصيات التناسب)

تمرين 23



I منتصف $[AB]$ و $BJ = \frac{1}{4}BC$ في المثلثين IAD و IBJ

1) لدينا $\hat{A} = \hat{B} = 90^0$ (لأن $ABCD$ مربع)

$$\frac{AD}{IB} = \frac{2IB}{IB} = 2$$

$$\frac{IA}{BJ} = \frac{\frac{1}{2}AB}{\frac{1}{4}AB} = 2$$

2) ومنه $\frac{AD}{IB} = \frac{IA}{BJ} = 2$

من 1) و 2) نستنتج أن المثلثين IAD و IBJ متشابهان .

بما أن المثلثين IAD و IBJ متشابهان وأن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي: $\frac{ID}{IJ} = \frac{IA}{BJ} = \frac{AD}{IB}$

ومنه $\frac{ID}{IJ} = \frac{AD}{IB}$ بقي $\boxed{AD \times IJ = ID \times IB}$

3) مقارنة المثلثين IJD و AID حسب خاصية فيتاغورس على المثلث القائم الزاوية في A وهو IAD : $ID = \frac{AB\sqrt{5}}{2}$

في المثلث القائم الزاوية في B وهو IBJ : $IJ = \frac{AB\sqrt{5}}{4}$

في المثلث CDJ القائم الزاوية في C : $JD = \frac{5AB}{4}$

ومنه فإن $AD^2 = IJ^2 = JD^2$ أي أن المثلث IJD قائم الزاوية في I وبما أن $ID = \frac{AB\sqrt{5}}{2}$ و $AD = AB$ فإن $\frac{AB\sqrt{5}}{2} \neq AB$

ومنه فإن المثلث IAD لا يقايس المثلث IJD

لنحسب ونقارن النسب : $\frac{IJ}{IA}$ و $\frac{ID}{AD}$ و $\frac{JD}{ID}$ بالتعويض نحصل على $\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{JD}{ID} = \frac{ID}{AD} = \frac{IJ}{IA}$.

ومنه فإن المثلثين IJD و IAD متشابهين.

<u>تمرين 24</u>

بما أن ABC قائم الزاوية في B فغن تطبيق خاصية فيتاغورس عليه نكتب بالتعويض :

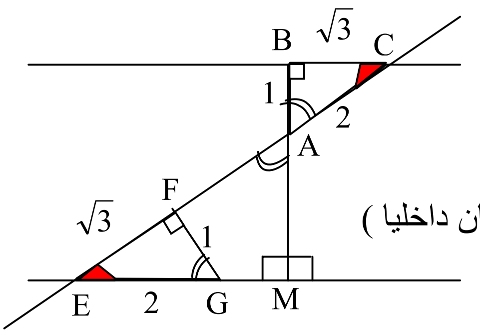
$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$
$$1 + 3 = AC^2$$
$$AC^2 = 4$$
$$AC = 2$$

في المثلث ABC القائم الزاوية في B لدينا : $\sin\hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$

وفي المثلث EFG القائم الزاوية في F لدينا : $\sin\hat{E} = \frac{FG}{EG} = \frac{FG}{2}$

و $\hat{E} = \hat{C}$ (متبادلتان داخليا)

ومنه $\sin\hat{C} = \sin\hat{E}$ أي $\frac{1}{2} = \frac{FG}{2}$ ومنه $FG = 1$



يمكن استعمال جيب تمام: $\begin{cases} \cos\hat{C} = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\hat{E} = \frac{EF}{EG} = \frac{EF}{2} \end{cases}$ و $\hat{E} = \hat{C}$ (متبادلتان داخليا)

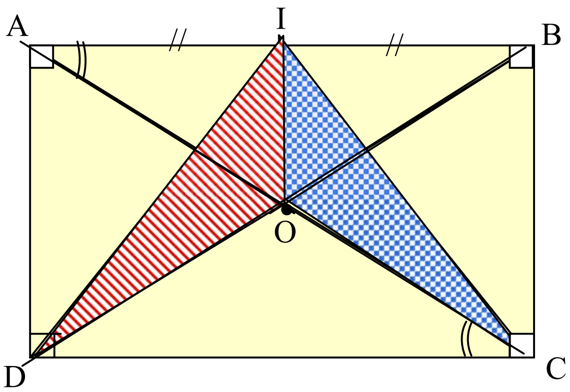
ومنه $\cos\hat{C} = \cos\hat{E}$ أي $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{EF}{2}$ ويعني $EF = \sqrt{3}$

نستنتج أن $\begin{cases} BC = EF = \sqrt{3} \\ AC = EG = 2 \\ AB = FG = 1 \end{cases}$ ومنه فإن المثلثين ABC و EFG متقايسان

3) في المثلثين AME و EFG لدينا $E\hat{F}G = A\hat{M}E = 90^0$ و $B\hat{A}C = E\hat{G}F$ (متناظرتان بالتقايس) و $M\hat{A}E = B\hat{A}C$ (متقابلتان بالرأس) نستنتج أن $E\hat{G}F = M\hat{A}E$

نستنتج أن المثلثين AME و EFG متشابهان ومنه فإن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي: $\frac{EF}{EM} = \frac{EG}{EA} = \frac{FG}{AM}$

ومنه $\frac{EA}{EG} = \frac{EM}{EF}$ يعني $\frac{EG}{EF} = \frac{EA}{EM}$ بالتعويض $\frac{EF}{EM = \frac{2}{\sqrt{3}}}$ يع ني $\frac{EA}{EM} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$



تمرين 25

I منتصف AB يعني $\left.\begin{array}{l} AI = IB \\ AD = BC \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^0 \end{array}\right\}$ (مستطيل)

ومنه المثلثان IAD و IBC متقايسان ومنه $\boxed{ID = IC}$

لدينا في المثلثين DOI و COI :

$OD = OC$ (O مركز المستطيل)

$ID = IC$ (حسب ما سبق)

$[OI]$ ضلع مشترك

نستنتج أن المثلثين DOI و COI متقايسان.

O منتصف $[DB]$ و I منتصف $[AB]$ ⟵ نستنتج أن $(AD)//(OI)$ (في المثلث BAD القائم الزاوية في A)

المستقيم المار من منتصفي ضلعي مثلث يوازي حامل الضلع الثالث وبما أن $(AD)\perp(AB)$ (لأن $ABCD$ مستطيل)

و $(AD)//(OI)$ فإن $(OI)\perp(AB)$ ومنه فإن المثلث OIA قائم الزاوية في I

لدينا في المثلثين OIA و ADC : $A\hat{D}C = A\hat{I}O = 90^0$

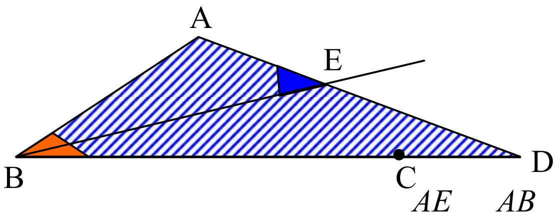
نستنتج أن المثلثين OIA و ADC متشابهان وبالتالي أضلاعها المتناظرة متناسبة أي $\frac{AD}{OI} = \frac{CD}{IA} = \frac{AC}{OA}$

وبالتالي $\frac{AD}{OI} = \frac{CD}{IA}$ ومنه $\boxed{IA \times AD = OI \times CD}$

لنحسب $IA \times AD$:

لدينا: $IA \times AD = \frac{1}{2}(AB \times AD) = \frac{1}{2}S$

لأن مساحة المستطيل هي $S = AB \times AD$. $OI \times CD = IA \times AD = \frac{1}{2}S$



تمرين 26

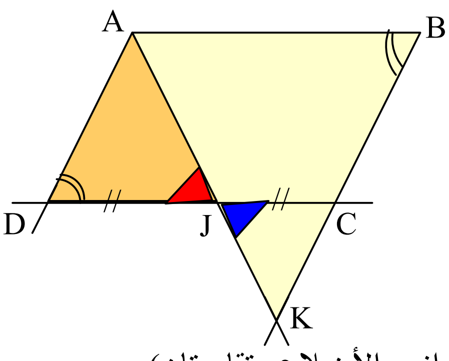
لدينا : $A\hat{E}B = A\hat{C}B$ (زاويتان محيطيتان وتحصران قوسين متقايسين)

و $B\hat{A}D$ زاوية مشتركة

نستنتج أن المثلثين ABE و ABD متشابهين.

وبالتالي أضلاعهما المتناظرة متناسبة : أي $\frac{BE}{BD} = \left(\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AB}\right)$ ومنه $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AB}$

وبالتالي $\boxed{AB^2 = AD \times AE}$



تمرين 27

في الثلثين ADJ و JCK لدينا:

1) $A\hat{D}J = J\hat{C}K$ (متبادلتان داخليا)

بالنسبة للمتوازيين (AD) و BK و القاطع لهما (DC)

2) $A\hat{J}D = C\hat{J}K$ (متقابلتان بالرأس)

3) $DJ = CJ$

نستنتج من 1) و 2) و 3) أن المثلثين ADJ و JCK متقايسان

وبالتالي فإن $D\hat{A}J = C\hat{K}J$ و $A\hat{B}K = A\hat{D}J$ (كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متقايستان)

ومنه نستنتج أن المثلثين ABK و ADJ متشابهان

تمرين 28

المثلثان ABC و BDE متشابهان لأن $B\hat{A}C = B\hat{E}D = 90^0$ (انظر الشكل) و $\hat{B}$ زاوية مشتركة وبالتالي فإن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي $\frac{BD}{BC} = \left(\frac{BE}{AB} = \frac{DE}{AC}\right)$

بالتعويض نحصل على $\frac{4}{x} = \frac{3}{8}$ ويعني $x = \frac{32}{3}$ $AB = \frac{32}{3}$

تمرين 29

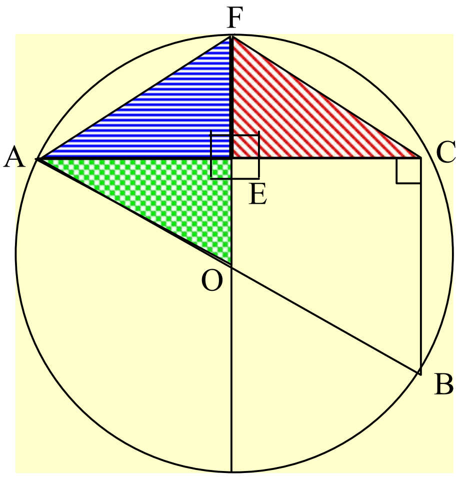
لدينا: $(OE) \perp (AC)$ ومنه * $A\hat{E}O = 90^0$ و * $A\hat{C}B = 90^0$ (زاوية محيطية تحصر نصف دائرة)

ومنه * $A\hat{E}O = A\hat{C}B = 90^0$ و * $O\hat{A}E$ زاوية مشتركة

نستنتج أن المثلثين OAG و ABC متشابهان

وبالتالي فإن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي:

$\left(\frac{AE}{AC} = \frac{OA}{AB}\right) = \frac{OE}{BC}$ ومنه $\frac{AE}{AC} = \frac{OA}{AB}$



يعني $AE \times AB = OA \times AC$ (2)

بما أن O منتصف $[AB]$ فإن $OA = \frac{1}{2}AB$ بالتعويض في (2)

نحصل على $AE \times AB = \frac{1}{2}AB \times AC$

أي $AE = \frac{1}{2}AC$ ومنه E منتصف $[AC]$

بما أن E منتصف $[AC]$ و $(OE) \perp (AC)$ في E

فإن $(OE) = (OF)$ واسط المثلث AFC وبما أن F تنتمي لهذا الواسط فإن $FA = FC$

لدينا * $EA = EC$ (E منتصف $[AC]$)

* $[EF]$ ضلع مشترك

* $FA = FC$

نستنتج أن المثلثين AEF و EFC متقايسان .

تمرين 30

بما أن (AI) هو منتصف الزاوية $B\hat{A}C$ فإن:

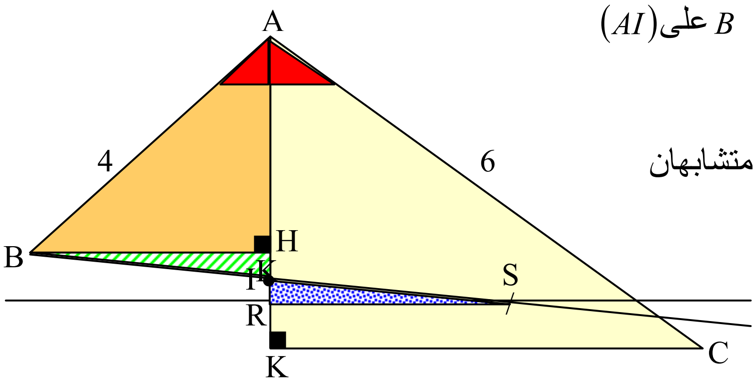
1*) $B\hat{A}H = C\hat{A}K$ وبما أن H المسقط العمودي لـ B على (AI)

و K المسقط العمودي لـ C على (AI) فإن:

2*) $A\hat{H}B = A\hat{K}C = 90^0$

من 1) و 2) نستنتج أن المثلثين ABH و ACK متشابهان

وبالتالي فإن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي:



$\frac{AB}{AC} = \frac{4}{6}$ هي نسبة التناسبية

* في المثلثين SIR و BIH لدينا :

+ $BI = IS$ (لأن هي مماثلة بالنسبة لـ)

+ $H\hat{B}I = I\hat{S}R$ (زاويتان متبادلتان داخليا)

+ $B\hat{I}H = S\hat{I}R$ (زاويتان متقابلتان بالرأس)

نستنتج أن $S\hat{I}R = B\hat{H}I = 90^0$

ومنه فإن المثلثين SIR و BIH متشابهان (لنحسب نسبة تشابههما)

وبالتالي أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

$\frac{IB}{IS} = 1$ ومنه SIR و BIH متقايسان .

تمرين 31

* $\frac{BH}{a}=\frac{BH}{AB}=\cos 30^0$ أي $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{BH}{a}$ ومنه $BH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

بما أن $ABCD$ معين فإن قطريه $[AC]$ و $[BD]$ متعامدان

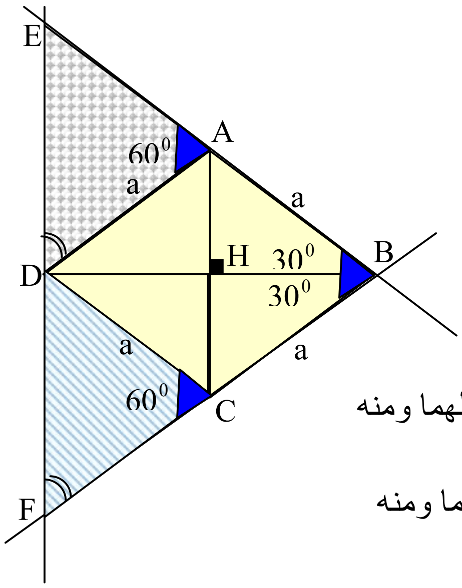
ومنه فإن ABH قائم الزاوية في H (H منتصف $[BD]$)

و $A\hat{B}C=60^0$ يعني $ABH=30^0$ ($[BH]$ منصف $B\hat{A}C$)

* $\frac{AH}{a}=\frac{AH}{AB}=\sin 30^0$ أي $\frac{1}{2}=\frac{AH}{a}$ يعني $AH=\frac{a}{2}$

* $BD=2BH=2\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$ أي $BD=a\sqrt{3}$

* $AC=2AH=2\left(\frac{a}{2}\right)$ أي $AC=a$



2) لنبين أن المثلثين ADE و CFD متشابهان : $(AD)//(BC)$ و (AB) قاطع لهما ومنه

$: 60^0=A\hat{B}C=D\hat{C}F$

$E\hat{A}D=A\hat{B}C=60^0$ (متبادلتان داخليا) و $(AB)//(BC)$ و (BC) قاطع لهما ومنه

نستنتج أن $A\hat{B}C=D\hat{C}F$ و بالتالي $E\hat{A}D=D\hat{C}F=60^0$

ولدينا : $(AD)//(BC)$ و (EF) قاطع لهما ومنه $C\hat{F}D=E\hat{D}A$ (متناظرتان)

وبالتالي فإن المثلثين ADC و CDF متشابهان ومنه أضلاعهما المتناظرة تناسبية أي: $\left(\frac{AE}{DC}=\frac{AD}{CF}\right)=\frac{DE}{DF}$

ومنه $AD\times DC=AE\times CF$ وبما أن $AD=DC=AB=BC$ فإن $AB^2=AE\times CF$.

تمرين 32

لدينا $A\hat{M}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ (في الدائرة (C)

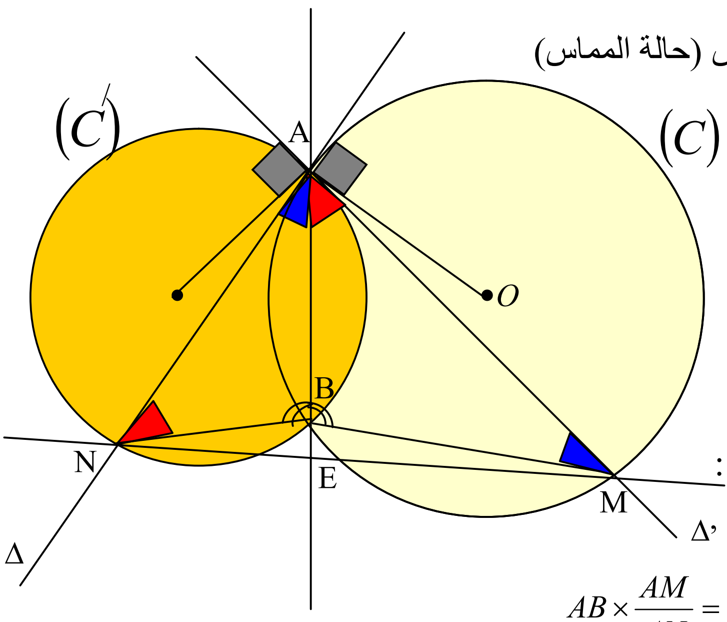
$N\hat{A}B$ زاوية محيطية تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$ (في الدائرة (C)

ومنه $A\hat{M}B=N\hat{A}B$

$A\hat{N}B=M\hat{A}B$ زاويتان محيطيتان وتحصران نفس..القوس (حالة المماس)

نستنتج أن المثلثين ABN و ABM متشابهان وبالتالي :

$\frac{AN}{AM}=\left(\frac{BN}{AB}=\frac{AB}{BM}\right)$ يعني $AB^2=bm\times bn$



2) بما أن المثلثين ABN و ABM متشابهان

فإن زواياهما المتناظرة متقايسة

ومنه $A\hat{B}N=A\hat{B}M$

ومنه $[AB]$ ونصف الزاوية الغير... المحددة $M\hat{B}N$

وبالتالي فإن $[BE]$ منصف الزاوية المحددة $M\hat{B}N$

لدينا E هي موقع المنصف الداخلي للزاوية $M\hat{B}N$ يعني :

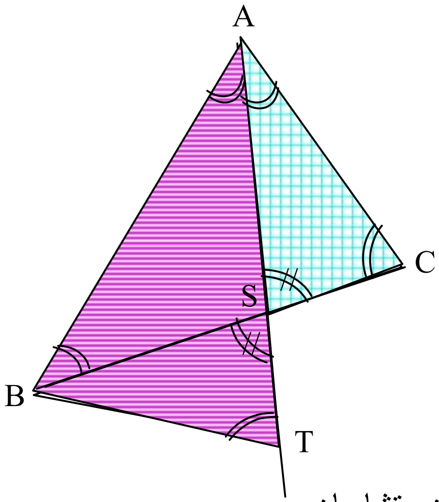
1) $\frac{BM}{BN}=\frac{EM}{EN}$

2) ولدينا حسب السؤال الأول : $\frac{BM}{AB}=\frac{AM}{AN}$ يعني : $AB\times\frac{AM}{AN}=BM$

3) و $\frac{AB}{BN} = \frac{AM}{AN}$ يعني $BN = AB \times \frac{AN}{AM}$

بتعويض 2) و 3) في 1) نحصل على : $\frac{EM}{EN} = \dfrac{AB \times \frac{AM}{AN}}{AB \times \frac{AN}{AM}}$ ومنه $\frac{EM}{EN} = \frac{AM}{AN} \times \frac{AM}{AN}$ يعني $\boxed{\frac{EM}{EN} = \left(\frac{AM}{AN}\right)^2}$

(انظر الشكل)



<u>تمرين33</u>

<u>لدينا</u> :

* $B\hat{A}T = S\hat{A}C$ (لأن$[AS]$ منصف $B\hat{A}C$) و

* $A\hat{C}B = A\hat{T}B$ (محيطيتان تحصران نصف القوس $\overset{\frown}{AB}$)

وبالتالي فإن المثلثين ABT و ASC متشابهان

نستنتج أن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي:

$\left(\frac{SA}{AB} = \frac{AC}{AT}\right) = \frac{SC}{BT}$ ومنه $\frac{SA}{AB} = \frac{AC}{AT}$ يعني $AS \times AT = AB \times AC$

في المثلثين AST و ASC :

1) $C\hat{B}T = C\hat{A}S$ (محيطيتان وتحصران نفس القوس)

2) $B\hat{A}S = C\hat{A}S$ (منصف)

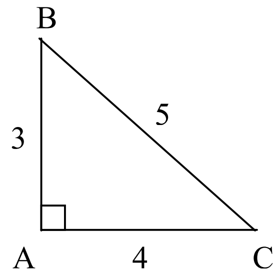
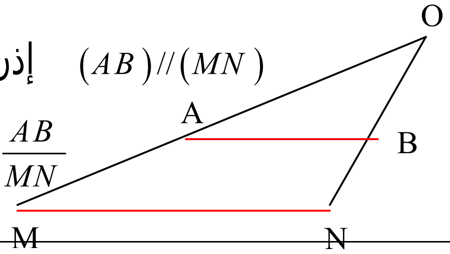
نستنتج من 1) و 2) أن $C\hat{B}T = B\hat{A}T$ و $B\hat{T}S$ زاوية مشتركة ومنه المثلثان متشابهان

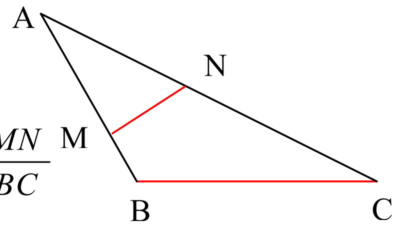
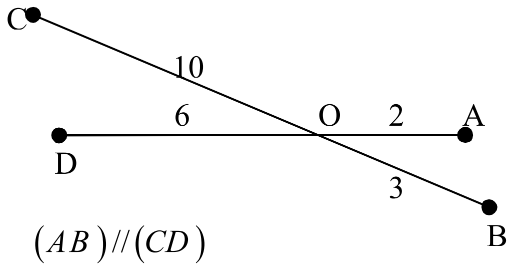
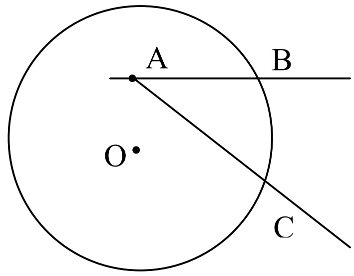
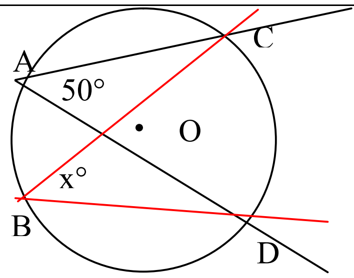
بما أن المثلثين ABT و BST متشابهان فإن أضلاعهما المتناظرة متناسبة أي: $\frac{BS}{AB} = \left(\frac{BT}{AT} = \frac{ST}{BT}\right)$

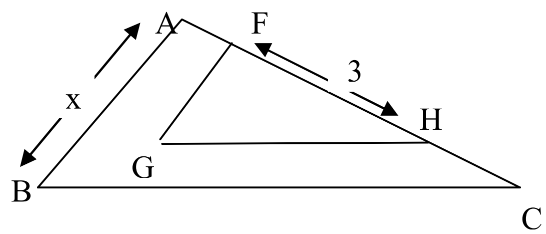
ومنه $\frac{ST}{BT} = \frac{BT}{AT}$ ويعني $\boxed{BT^2 = AT \times ST}$

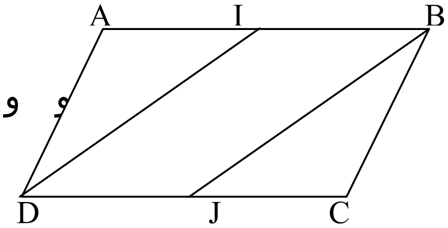
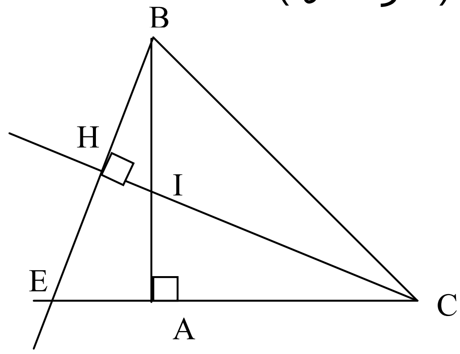
<u>الرائز2:</u>

أجب عن الأسئلة التالية بإحدى العبارتين : " صحيح " أو " خطأ " ثم قم بتصحيح الخطأ في الخانة المناسبة .

 $\sin(\hat{B}) = \frac{4}{5}$ $\cos(\hat{C}) = \frac{3}{5}$ $\cos^2(\hat{B}) + \sin^2(\hat{C}) = 1$	صحيح خطأ خطأ	$\cos\hat{C} = \frac{4}{5}$ $\cos^2 B + \sin^2 B = 1$
 $(AB)//(MN)$ إذن : $\frac{OA}{OM} = \frac{ON}{OB} = \frac{AB}{MN}$	خطأ	$\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{AB}{MN}$
		لايمكن تطبق خ ط م لآن

 $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$	خطأ	(MN) لا يوازي (BC)
 $(AB)//(CD)$	خطأ	لأن $\frac{2}{6}\neq\frac{3}{10}$
 • النقط O وA وB وC تنتمي إلى الدائرة • $B\hat{A}C$ زاوية مركزية • $A\hat{B}C$ زاوية محيطية	خطأ خطأ خطأ	O وA لا تنتميان إلى الدائرة A ليست مركز الدائرة A لا تنتمي إلى الدائرة
x=70° $C\hat{O}D = 140°$ 	خطأ خطأ	x =50° $C\hat{O}D$ =100°


(1 AC=9 و FG=4
(2 $(BC)//(HG)$
(3 $(Ab)//(GF)$
إذن : ـ x=AB=27
ـ ABC وFGH مثلثان غير متشابهين
	خطأ
	خطأ
		$x=\frac{36}{3}=12$
		متشابهان

المثلثان ADI و BCJ متقايسان  	صحيح	لأن $AI = CJ$ و $AD = BC$ و $DI = BJ$
ABC مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين في A (أنظر الشكل)  • المثلثان AIC وABE متقايسان • المثلثان ACI وBIH متشابهان	صحيح صحيح	لأن $AB = AC$ و $I\hat{C}A = A\hat{B}E$ و $E\hat{A}B = I\hat{A}C$ لأن $I\hat{C}A = I\hat{B}E$ و $H\hat{I}B = A\hat{I}C$
إذا كان $(a-b)$ سالبا فإن $a \geq b$	خطأ	$a \leq b$
إذا كان $a \geq b$ فإن a وb لهما نفس الإشارة	خطأ	ليس دائما
إذا كان x<y فإن -3x+5<-3y+5	خطأ	-3x+5>-3y+5
إذا كان a<b<c فإن $\frac{1}{a} \langle \frac{1}{b} \langle \frac{1}{c}$	خطأ	$\frac{1}{a}$ □ $\frac{1}{b}$ □ $\frac{1}{c}$
إذا كان $a^2 \leq b^2$ فإن $a \leq b$	خطأ	وكان a وb موجبين
$-2\sqrt{3} \leq -3\sqrt{3}$	خطأ	
إذا كان $\begin{cases} a \leq x \leq c \\ c \leq y \leq d \end{cases}$ و فإن $ac \leq xy \leq bd$	خطأ	إذا كانت الأعداد موجبة
إذا كان $a - 2 \geq b - \frac{1}{3}$ فإن $(a-b)$ سالب	خطأ	
$-2x + 10 \geq 0$ يعني $x \geq 5$	خطأ	
$5 \leq 2x + 3 \leq 7$ يعني $2 \leq x \leq 3$	خطأ	
$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$	صحيح	
$7^7 \geq \sqrt{7^{14} + 1}$	خطأ	

نماذج من الأولمبياد :

النموذج 1 :

تمرين 1:

A عدد حقيقي غير منعدم

1) بين أن $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 = a^2+\frac{1}{a^2}+2$

2) إذا علمت ان $a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}$ فاحسب $a^2+\frac{1}{a^2}$

تمرين 2 :

x وy عددان حقيقيان غير منعدمين بحيث : xy = 401 و2005 = 2003x+2004y

فاحسب: $\frac{2004}{x}+\frac{2003}{y}$

تمرين 3:

a عدد حقيقي

1) أنشر الجداء: $A=(a-1)(1+a+a^2+a^3+a^4)$

2)استنتج قيمة العدد : $B=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\frac{1}{256}$

تمرين 4:

n عدد صحيح نسبي :

بسط كتابة العدد التالي : $D=\frac{\left(2^{n+1}\right)^3\times 2^{1+n^2}}{2^{n^2-5}}$

2) استنتج قيمة العدد n إذا كان D=1

تمرين 5:

1) أنشئ النقطة M على $[A'B']$ بحيث MA=MB

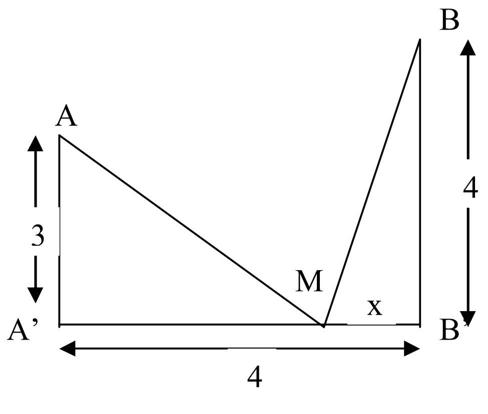
2) نضع B'H=x

أ) أكتب A'H بدلالة x

ب) أكتب AH بدلالة x

ج) أكتب BH بدلالة x

د) استنتج قيمة العدد x



النموذج 2

تمرين 1:

أنشر وبسط ما يلي : $A=(x^3+x^2-1)(x^2-x+1)$

استنتج كتابة للعدد $(100^5+100-1)$ على شكل جداء عددين .

تمرين 2:

a و b عددان حقيقيان موجبان بحيث : $a=\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ و $b=\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

أ) أحسب ab

ب) أحسب $(a+b)^2$ واستنتج $(a+b)$

تمرين 3:

نضع $x=2^{100}$ و $y=3^{75}$ و $z=5^{50}$

أ) أكتب x على شكل قوة أساسها 16

ب) أكتب y على شكل قوة أساسها 27

ج) أكتب ص على شكل قوة أساسها 25

د) استنتج ترتيبا للأعداد x وy و z

تمرين 4:

ABC مثلث قائم الزاوية في A ومتساوي الساقين رأسه A

AB=AC=4

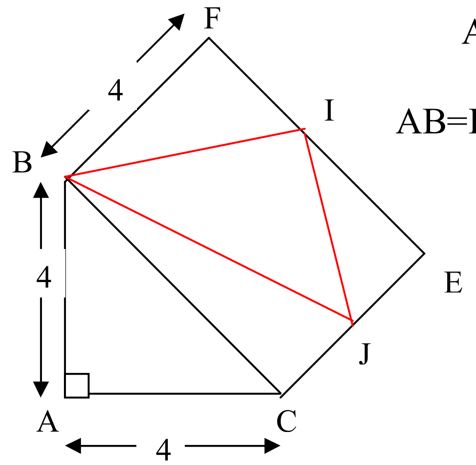
خارج المثلث ABC ننشئ مستطيلا BCEF بحيث AB=BF=4

(أنظر الشكل)

1) أحسب BC

2) لتكن I منتصف $[EF]$ وJ منتصف $[CE]$

ما هي طبيعة المثلث BJI ؟



تمرين 5:

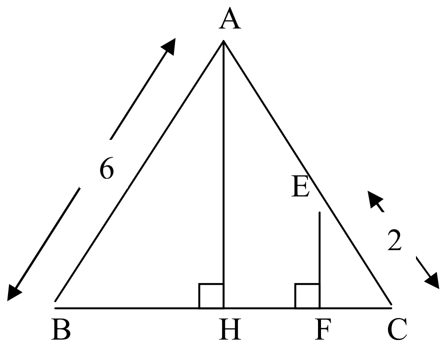
ABC مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 6 ، وE نقطة من $[AC]$ بحيث CE = 2

لتكن F المسقط العمودي للنقطة E على (BC) وH المسقط العمودي للنقطة A على (BC) (أنظر الشكل)

1) أحسب المسافتين CE وCF

2) أحسب مساحة المثلث ABC

3) هل المستقيم (EH) يوازي المستقيم (AB) ؟



نموذج 3:

تمرين 1)

x وy عددان حقيقيان بحيث $x \geq y$

أ) أنشر وبسط ما يلي : $A=\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2$

ب)استنتج كتابة للعدد 18×10 على شكل فرق مربعين

تمرين 2)

أ) أنشر وبسط ما يلي : $B=(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2+(a+b+c)$

ب) استنتج كتابة للعدد $3\times(5^2+6^2+7^2)$ على شكل مجموع أربعة مربعات

تمرين 3:

أ) أحسب قيمة العدد $A=x^2-x+1$ إذا كان $x=x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

ب) نفس السؤال إذا كان $x=x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

ج) احسب $x_1 \times x_2$ و x_1+x_2 ثم استنتج أن $A=x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2$

تمرين 4 :

نضع $x^2+y^2=100$ و $xy=22$

أ) أحسب $(x+y)^2$ ثم استنتج أن $x+y=12$ و $x+y=-12$

تمرين 5

a عدد حقيقي موجب غير منعدم

نضع $A=\frac{1}{a+\frac{1}{\sqrt{a}}}+\frac{1}{a-\frac{1}{\sqrt{a}}}$

أ) بين أن $A=\frac{2a^2}{a^3-1}$

ب) أحسب A إذا كان $a=\frac{1}{2}$

تمرين 6 :

أ) بين أن $2^{n+3}=5\times 2^{n+2}-12\times 2^n$ (n عدد صحيح طبيعي)

ب) بسط ما يلي : $B=a^{n+2}-(a+b)a^{n+1}+a^{n+1}b$

ج) أحسب B إذاكان a=b=2 و n=1

تمرين 7

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث BC=15 و AC=9

1) أحسب BC

2) لتكن I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[AC]$ ، أحسب IJ

3) لتكن E مماثلة C بالنسبة للنقطة A هل $(IA)//(BE)$ ؟