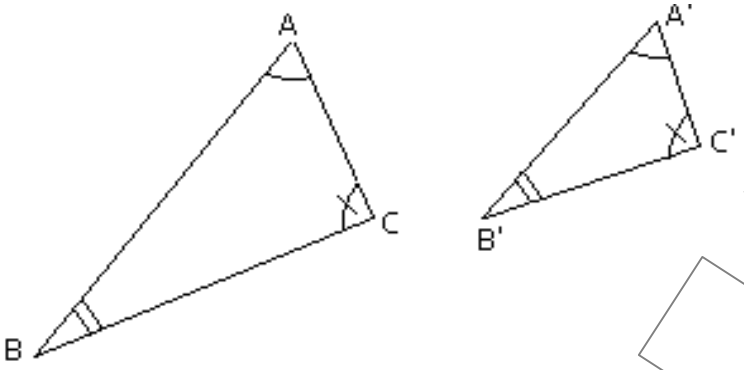
إنجاز : الأستـاذ شـهبـي عـزالديـن الثانوية الإعدادية: حـمـان الفطـواكـي

المثلثـات المتـشـابـهـة

تعريف :

نقول إن مثلثين ABC و A'B'C' متشابهان إذا كانت زواياهما متقايسة على التوالي ، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.



خاصيات :

إذا كان مثلثان متشابهين، فإن زواياهما المتناظرة مقايسة وأضلاعهما المتناظرة متناسبة.

ABC و A'B'C' متشابهان إذن $\begin{cases} \frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}=\frac{B'C}{BC} \\ B\hat{A}C=B'\hat{A}'C' \\ A\hat{B}C=A'\hat{B}'C' \\ A\hat{C}B=A'\hat{C}'B' \end{cases}$

حالات تشابه مثلثين :

نسمي حالة تشابه مثلثين الشروط الكافية لكي نثبت أن مثلثين متشابهان

الحالة الأولى :

إذا قايست زاويتان لمثلث على التوالي زاويتين لمثلث آخر فإن هذين المثلثين متشابهان.

ABC و A'B'C' مثلثان بحيث $\begin{cases} \hat{A}=\hat{A}' \\ \hat{B}=\hat{B}' \end{cases}$ ، ABC و A'B'C' مثلثان متشابهان

الحالة الثانية :

إذا قايست زاوية لمثلث زاوية لمثلث آخر و كانت أطوال الأضلاع المحاذية للزاويتين متناسبة، فإن هذين المثلثين متشابهان.

ABC و A'B'C' مثلثان بحيث $\begin{cases} \hat{A}=\hat{A}' \\ \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'} \end{cases}$ ، ABC و A'B'C' مثلثان متشابهان

الحالة الثالثة :

إذا كانت أطوال أضلاع مثلث متناسبة على التوالي مع أطوال أضلاع مثلث آخر،

فإن هذين المثلثين متشابهان.

ABC و A'B'C' مثلثان بحيث $\left\{\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}\right\}$ ، ABC و A'B'C' مثلثان متشابهان

نصوص التمارين

1) (ξ) دائرة مركزها O وشعاعها r و M نقطة تقع داخل (ξ).
(Δ) مستقيم يمر من M ويقطع (ξ) في نقطتين A و B
(Δ') مستقيم آخر يمر من M و O ويقطع (ξ) في نقطتين E و F
أ) بين أن المثلثين MAE و MBF متشابهان.
ب) استنتج أن
$MA \times MB = ME \times MF = r^2 - OM^2$.

2) ABC مثلث. لتكن B' المسقط العمودي للنقطة B على (AC) و C' المسقط العمودي للنقطة C على (AB) . أثبت أن : $AC' \times AB = AB' \times AC$.

3) ABC و MEN مثلثان متشابهان بحيث [AB] و [AC] متناظران على التوالي مع [ME] و [EN]
أ) أذكر الزوايا المتناظرة بالنسبة لهذين المثلثين.
ب) إذا علمت أن:
AB=5 و AC=6 و BC=8 و MN=4
فأحسب ME و EN.

4) ABC و DEF مثلثان متشابهان بحيث:
$\hat{A} = \hat{D}$ و $\hat{E} = \hat{C}$
إذا علمت أن نسبة التشابه هي $\frac{2}{3}$
وأن AB=9 و AC=6 و EF=8
فأحسب BC و DE و DF.

5) ABCD مستطيل بحيث AB=2BC
العمودي على(BD) المار من A يقطع (CD) في E
أ) بين أن المثلثين ADE و BCD متشابهان
ب) استنتج أن $DE = \frac{1}{4}CD$

6) ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث AB>AC
منصف الزاوية $[A\hat{C}B]$ يقطع [AB] في النقطة E .
المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة B يقطع (EC) في النقطة F
1) أنجز الشكل بأكمله
2) أ - بين أن المثلثين AEC و BFC متشابهان.
ب - استنتج أن AE×FC=EC×FB

7) ليكن ABC مثلث متساوي الساقين في A .
على نصف المستقيم [AC] نعتبر نقطتين M و N

8) ليكن ABC مثلث متساوي الساقين في A و لتكن $\xi(O,R)$ الدائرة المحيطة به. لتكن M منتصف [BC]
و F النقطة بحيث [BF] قطر في الدائرة $\xi(O,R)$
أ) بين أن المثلثين AFB و MCA متشابهان
ب) استنتج أن AB×MC=AF×AM

9) ABCD رباعي محدب محاط بدائرة (ξ) قطرها [AC].
لتكن H المسقط العمودي للنقطة A على(BD)
قارن المثلثين ABH و ACD
و استنتج أن AB×AD=AC×AH

10) ABC مثلث متساوي الأضلاع لتكن D مماثلة A بالنسبة إلى (BC) و E نقطة من القطعة [AB]
المستقيم (DE) يقطع (AC) في F
أ) قارن المثلثين BDE و CFD
ب) استنتج أن الجداء BE×CF يضل ثابتا عندما تتغير E على [AB] .

11) ABC مثلث و M نقطة من نصف المستقيم [BA) حيث BM>BA
نفترض أن $MA \times MB = MC^2$
أ) قارن المثلثين MAC و MCB
و استنتج أن $A\hat{C}M = A\hat{B}C$
ب) بين أن المستقيم (MC) مماس للدائرة (ξ) المحيطة بالمثلث ABC

12) $[xAy]$ زاوية و M نقطة من منصفها الداخلي ($M \neq A$)
لتكن B نقطة من [Ax) و C نقطة من [Ay) حيث :
$AB = \frac{3}{4}AM$ و $AC = \frac{4}{3}AM$
أ) قارن المثلثين ABM و AMC
ب) لتكن B' مماثلة B بالنسبة إلى (AM)
بين أن $A\hat{M}B' = A\hat{C}M$
و استنتج أن الدائرة (ξ) المحيطة بالمثلث MCB' مماسة للمستقيم (AM)

13) لتكن [AA'] و [BB'] و [CC'] ارتفاعات مثلث و H مركز تعامده.
أتبث أن $HA \times HA' = HB \times HB' = HC \times HC'$

حيث $M \in [AC]$ و $M\hat{B}C = N\hat{B}C$ ($M \neq N$) أ) قارن الزاويتين $[A\hat{B}N]$ و $[A\hat{M}B]$ ب) قارن المثلثين ABN و AMB و استنتج أن $AB^2=AM\times AN$	