1. جذر مربع عدد موجب

تعريـــــــف

ليكن **a** عددا حقيقيا موجبا.

$\sqrt{a}$ هو العدد الموجب الذي مربعه يساوي **a** .

أي : $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

نتيجة

a عدد حقيقي موجب :

$$\sqrt{a^2} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

أمثلة

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{0.25} = \sqrt{0.5^2} = 0.5$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{\left(2^3\right)^2} = 2^3 = 8$$

$$\sqrt{4\pi^2} = \sqrt{(2\pi)^2} = 2\pi$$

ملاحظـــات

❶

– جذر مربع عدد حقيقي يكون دائما موجبا.

$(-x)^2 = x^2$

$$\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{7^2} = 7$$

إعداد الأستاذ : سعيد الصديق
ثانوية الشابي التأهيلية – تارودانت
Said.seddik@hotmail.fr

$$\sqrt{\underbrace{(3-\pi)^2}_{<0}} = \sqrt{\underbrace{(\pi-3)^2}_{>0}}$$

$$= \pi - 3$$

$(a-b)^2 = (b-a)^2$

$\pi \approx 3.14$

أي $3 - \pi < 0$

سؤال : حدد العدد x الذي يحقق : $\sqrt{x} = -5$

الجواب : طبعا لايوجد عدد حقيقي x جذر مربعه يساوي -5

لأن جذر مربع عدد حقيقي يكون دائما موجبا .

❷

– لايوجد جذر مربع عدد سالب.

لايوجد $\sqrt{\underbrace{-25}_{<0}}$ ، $\sqrt{\underbrace{-3^2}_{<0}}$ ، ....

$-3^2 = -9 < 0$

2 – حل المعادلة : $x^2 = a$

ليكن a عددا حقيقيا :

$$x^2 = a$$

- إذا كان $a > 0$ فإن : $x = \sqrt{a}$ أو $x = -\sqrt{a}$
- إذا كان $a = 0$ فإن : $x = 0$
- إذا كان $a < 0$ فإن : المعادلة ليس لها حل

إعداد الأستاذ : سعيد الصديق
ثانوية الشابي التأهيلية – تارودانت
Said.seddik@hotmail.fr

أمثلة

لنحل المعادلة : $2x^2 = 3$

لدينا $x^2 = \frac{3}{2} > 0$

$x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$

المعادلة لها حلان هما : $\sqrt{\frac{3}{2}}$ و $-\sqrt{\frac{3}{2}}$

لنحل المعادلة : $3x^2 + 5 = 1$

لدينا $x^2 = \frac{-4}{3} < 0$

المعادلة ليس لها حل.

3 – قواعـــــــــــــــــد

قاعـــــدة ❶

ليكن a و b عددان حقيقيان موجبان.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

أمثلة

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$
$$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4$$

ملاحظـــات

$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ عموما

لنأخذ المثال التالي :

$$\begin{cases} \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \\ \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7 \end{cases}$$

إذن $\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$

كذالك لدينا

عموما $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

لنأخذ المثال التالي

$$\begin{cases} \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3 \\ \sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = 1 \end{cases}$$

إذن $\sqrt{25-16} \neq \sqrt{25} - \sqrt{16}$

قاعـــــــدة ❷

ليكن a و b عددان حقيقيان موجبان $b \neq 0$.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

أمثلة

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{50}{8}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$$

إعداد الأستاذ : سعيد الصديق
ثانوية الشابي التأهيلية – تارودانت
Said.seddik@hotmail.fr

4 – كيف نتخلص من الجذر المربع من المقام

أمثلة

لنحذف الجذر المربع من مقامات الأعداد التالية :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{2\times5}=\frac{\sqrt{5}}{10}$$

$\sqrt{3}-1$ يسمى مرافق $\sqrt{3}+1$

$$\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}=\frac{-\sqrt{2}\times\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\times\left(\sqrt{3}-1\right)}=\frac{-\sqrt{2}\times\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}^2-1^2}=\frac{-\sqrt{2}\times\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1}=\frac{-\sqrt{2}\times\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6}}=\frac{1}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)-\sqrt{6}}=\frac{1\times\left[\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)+\sqrt{6}\right]}{\left[\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)-\sqrt{6}\right]\times\left[\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)+\sqrt{6}\right]}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)+\sqrt{6}}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{6}^2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}{7+2\sqrt{10}-6}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}{1+2\sqrt{10}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)\times\left(1-2\sqrt{10}\right)}{\left(1+2\sqrt{10}\right)\times\left(1-2\sqrt{10}\right)}=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)\times\left(1-2\sqrt{10}\right)}{1^2-\left(2\sqrt{10}\right)^2}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)\times\left(1-2\sqrt{10}\right)}{1-4\times10}=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)\times\left(1-2\sqrt{10}\right)}{-39}$$