الوثيقة المرافقة لمنهاج مادة الرياضيات

السنة 4 من التعليم المتوسط

الفهـرس

المقدمة :

أعدت هذه الوثيقة خصيصا للأستاذ، وتعدّ أداة هامة إذا أحسن استغلالها، فهي تمنحه توضيحات حول كيفية تنفيذ البرنامج. وظيفتها الأساسية، أن تمكن الأستاذ من فهم البرنامج، بتقديم وتوضيح المحاور الكبرى له. كما تقترح عليه نماذج لأنشطة مختارة للقسم، يمكن أن تساعده عند تحضيره لوضعيات تعلّمية.

أمّا فيما يتعلق بوظيفتها التكوينية، فتبقى العناصر المقترحة في الوثيقتين المرافقتين لبرنامجي السنة الأولى والسنة الثانية والمتعلقة بنمو المراهق وخاصة المستجدات التعليمية للمادة والممارسات الجديدة لفعل التعليم/التعلّم، مادة يمكن أن يستغلها الأستاذ في تحسين أدائه.

1- تقديم المحاور الكبرى للبرنامج :

1.1- ***الأنشطة العددية***

يتواصل تعلّم الحساب العددي في أشكاله المختلفة (اليدوي، الذهني، الأداتي) من خلال حلّ مشكلات متنوّعة بهدف التحكّم في الحساب على الأعداد الناطقة والشروع في الحساب على الجذور التربيعية. كما يواصل التلميذ تعلّم الحساب الحرفي من خلال أنشطة نشر وتبسيط وتحليل عبارات جبرية وحلّ معادلات وإنجاز بعض البراهين وحلّ بعض المشكلات في مجال الحساب.

- **قواسم عدد طبيعي، القاسم المشترك الأكبر، الكسور غير القابلة للاختزال.**

إنّ هذا الباب (الحساب) كان يُقدّم في المنهاج السابق في السنة السابعة أساسي، وإدراجه في السنة الرابعة من التعليم المتوسط يستجيب لمبدأ توزيع المجالات على السنوات الأربع وكذا االتعليم الحلزوني للمفاهيم.

يسمح هذا الباب بتزويد التلميذ بأداة لتحويل كسر إلى كسر غير قابل للاختزال بالاعتماد على القاسم المشترك الأكبر، علما أن اللجوء إلى الخوارزمية المدروسة غير ضروري لاختزال الكسور البسيطة.

يهدف إدخال مفهوم القاسم المشترك الأكبر بخوارزمية إقليدس إلى ربط هذا المفهوم بالقسمة الإقليدية وكذا استغلال أدوات الحساب (المجدولات على الخصوص). لذا، فإنّ مفهوم العدد الأوّلي وبالتالي التحليل إلى جداء عوامل أولية خارج البرنامج.

كما يوّفر هذا الباب فرصا عديدة لتقديم أنشطة لاستثمار التعلّمات المتعلقة بالاستدلال الاستنتاجي (خارج المجال الهندسي) والحساب الحرفي وهذا من خلال انجاز بعض البراهين لخواص مقررة في هذا البرنامج أو عند معالجة بعض المشكلات (انظر الفقرة الخاصة بالاستدلال والبرهان).

- **الحساب على الجذور.**

سبق للتلميذ أن صادف في السنة الثالثة أعدادا مثل $\sqrt{2}$ من خلال أنشطة متعلقة بخاصية فيثاغورس. تتوسع معارف التلميذ حول الأعداد الصمّاء ويمكن في هذا الإطار البرهان على أنّ $\sqrt{2}$ مثلا، ليس عددا ناطقا.

تستغلّ خواص الجذور التربيعية والعمليات عليها، بالخصوص، في تبسيط عبارات عددية. يجب آلا يتمّ هذا التبسيط بصفة آلية، بل تختار الكتابة الملائمة أكثر مع المشكلة المطروحة.

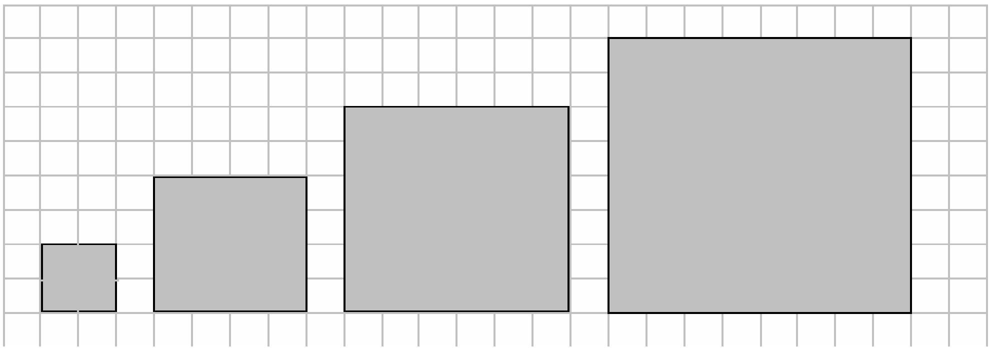
فمثلا، الكتابة $5\sqrt{2}$ ليست بالضرورة "أحسن" من $\sqrt{50}$، فالكتابة الأولى مفيدة ومناسبة لتبسيط المجموع $(\sqrt{18}+\sqrt{50})$ والثانية هي المفضلة عند حساب أطوال واستعمال عكس نظرية فيثاغورس.

يسمح هذا الباب للتلميذ بمواصلة ممارسة الحساب المضبوط والحساب التقريبي.

نشاط : الجذور التربيعية

المرحلة الأولى :

نعتبر المربعات الأربعة الممثلة كالآتي :



مساحة كلّ مربع في الشبكة هي $25\,mm^2$.

1. انطلاقا من الشكل، عيّن مساحة وضلع كلّ مربع.

المساحة A للمربع (cm^2)				
الطول c للضلع (cm)				

2. عبّر عن A بدلالة c .

....

3. أكمل الجمل الآتية :

طول ضلع المربع الذي مساحته $9\,cm^2$ هو ....

العدد 3 هو ....

ونكتب ....

4. استنتج عبارة c بدلالة A. أعط شروط كتابة العبارة المحصّل عليها.

....

5. عيّن القيمة المدوّرة إلى $0{,}01\,cm$ لضلع مربع مساحته $12\,cm^2$.

....

المرحلة الثانية :

1)- a ، b عددان موجبان $(b \neq 0)$. أكمل الجدول الآتي :

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a.b}$	$\sqrt{a}\times\sqrt{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
36	9						
0,25	0,01						
256	81						

2)- انطلاقا من الجدول، أعط قواعد الحساب التالية :

a ، b عددان موجبان، لدينا :

$\sqrt{a.b} = $.................................. ؛ $\sqrt{\frac{a}{b}} = $...........................$(b \neq 0)$

- **الحساب الحرفي والمعادلات**

§ **الحساب الحرفي**

يتواصل تعلّم الحساب الحرفي باستعمال الحروف في وظائفها المختلفة من خلال العمل على العبارات الجبرية (النشر، التبسيط، التحليل) مع إدخال الجداءت الشهيرة وحلّ معادلات ومتراجحات.

فيما يخصّ موضوع الجداءات الشهيرة، وقصد استباق الأخطاء المتداولة (مثل الكتابة $(a+b)^2 = a^2+b^2$)، يمكن اقتراح وضعيات مشكلات تجعل التلميذ يدرك بنفسه هذه الأخطاء ويتجاوزها.

مثال :

استبدلتُ قطعة أرض مربعة الشّكل طول ضلعها $110m$ بقطعتي أرض مربعتي الشكل طول ضلع الأولى $80m$ وطول ضلع الثانية $30m$.

هل ربحت أم خسرت في الأمر ؟

مثل هذا النشاط يبيّن للتلميذ أنّ $(a+b)^2 \neq a^2+b^2$ قبل تأسيس هذه المعرفة (المتطابقات الشهيرة).

يجب السهر على عدم المبالغة في التمارين التقنية والاكتفاء في مجال التحليل بأمثلة بسيطة.

ونحرص في هذا المجال، كما كان الشأن في السنة الثالثة متوسط، عل جعل التلميذ يدرك الاختلاف بين المجموع والجداء، وهو أمر أساسي وضروري بالنسبة إلى إتقان الحساب الحرفي ومنه تبسيط الكتابات الحرفية.

وكما ذُكر في الوثائق المرافقة لبرامج السنوات السابقة، فإنّ تعلّم الحساب الحرفي مهمة تتطلّب الوقت والصبّر ويبقى الانتقال من الحساب العددي إلى الحساب الحرفي صعبا بالنسبة إلى بعض التلاميذ، يجب إذن تكثيف وتنويع الأنشطة التي تساعدهم في تجاوز هذه الصعوبات.

§ المعادلات، جمل معادلات، المتراجحات.

يتواصل العمل على حل معادلات من الدرجة الأولى لمجهول واحد مع إدخال "المعادلة الجداء" وجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين. إنّ الهدف ليس توظيف خوارزمية (تقنية) حل معادلات فقط بل هو معالجة مشكلات من المادة (هندسة، حساب) ومن المحيط الاجتماعي للتلميذ. كما كان الأمر في السنة الثالثة، نحرص على مراحل معالجة هذه المشكلات (اختيار المجهول أو المجهولين، ترييض المشكلة، المعالجة الرياضياتية للمشكلة وأخيرا مراقبة وتفسير النتائج المحصل عليها).

بالنسبة إلى المتراجحات، فإنّ طريقة حلها قريبة جدا من طريقة حلّ معادلات مع الانتباه إلى اتجاه المتباينة عندما نضرب طرفيها في عدد موجب أو سالب.

وكما كان الحال لعدّة مفاهيم من كلّ الميادين، ينبغي إدخال العناصر الجديدة لهذا المحور (معادلة جداء، جملة معادلتين، متراجحات) اعتمادا على حلّ مشكلات من المادة أو من المواد الأخرى أو من الحياة اليومية للتلميذ، بجعله يدرك فائدة هذه المفاهيم وفعاليتها في معالجة هذه المشكلات.

<u>مثال</u> :

أوجد عددين صحيحين متتاليين بحيث يكون جداؤهما مساويا مجموعهما مضافا إليه 1.

- **اختيار المجهول** : ليكن x العدد الأوّل، فيكون $x+1$ هو العدد الذي يعقبه.
- **ترييض الوضعية** : $x\times(x+1)=[x+(x+1)]+1$ أي $x^2+x=2x+2$.
- **حلّ المعادلة** : نحصل هكذا على معادلة من الدرجة الثانية لمجهول واحد لا نعلم حلّها. يمكن تحليل طرفي المعادلة ونحصل على $x(x+1)=2(x+1)$.

نجعل الطرف الثاني للمعادلة معدوما ونجد $x(x+1)-2(x+1)=0$ أي $(x+1)(x-2)=0$.
وتكون المعادلة المحصّل عليها من الشكل $A\times B=0$ حيث A وB عبارتان من الدرجة الأولى لمقدار غير معيّن واحد، تسمّى "معادلة جداء".
لحلّ هذا النوع من المعادلات، نعتمد على الخاصية "يكون جداء عددين معدوما إذا وفقط إذا كان أحد عاملي الجداء معدوما".

إذن $(x+1)(x-2)=0$ يعني $x+1=0$ أو $x-2=0$.
ونستنتج $x=-1$ أو $x=2$.
المعادلة تقبل حلّين : $x=-1$ أو $x=2$.

- **الإجابة عن المشكلة** :

إذا كان $x=-1$ فإنّ $x+1=0$.
إذا كان $x=2$ فإنّ $x+1=3$.
وبالتالي يكون العددان المتتاليان هما : -1 و 0 أو 2 و 3.

- **التحقيق** :

$-1\times0=0$ و $(-1+0)+1=0$ يعني $-1\times0=(-1+0)+1$

$2\times3=6$ و $(2+3)+1=6$ يعني $2\times3=(2+3)+1$

2.1- ***الدوال وتنظيم معطيات***

- **الدالة الخطية، الدالة التآلفية**

يُقدّم هذا الجزء من البرنامج بالاعتماد على مكتسبات التلميذ ويحضّر الأرضية لإدخال المفاهيم اللاحقة (مفهوم الدالة عموما) مع الحرص على عدم التطرّق للأشياء النظرية مبكرا.

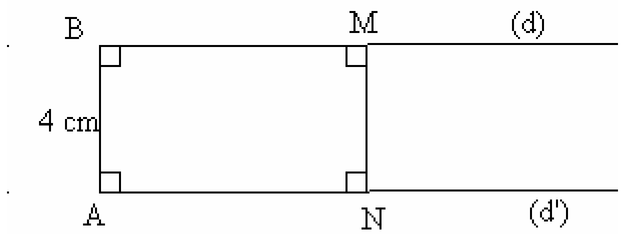
يقدّم هذان المفهومان (الدالة الخطية، الدالة التآلفية) انطلاقا من وضعيات ملموسة وبارتباط وثيق مع التناسبية (تناسبية قيم المقدارين في حالة الدالة الخطية وتناسبية التزايدات في حالة الدالة التآلفية).

ينبغي أن تكون هذه الوضعيات متنوعة ومن ميادين مختلفة.

مثال : تعريف الدالة التآلفية.

نشاط 1 :

في الشكل التالي، تتنقل النقطتان M و N عل المستقيمين (d) و (d') بحيث يكون الرباعي $ABMN$ مستطيلا. نسمّي x الطول BM بالسنتيمتر.
نرمز بـــ $\mathbf{P}(x)$ إلى محيط المستطيل $ABMN$ بالسنتيمتر و بـــ $\mathbf{A}(x)$ إلى مساحته بالسنتيمتر مربع.



1) أحسب $\mathbf{P}(5)$ و $\mathbf{A}(5)$ ثم $\mathbf{P}(7)$ و $\mathbf{A}(7)$.
2) أتمم الجدول التالي :

العبارة المبسطة بدلالة x	برنامج الحساب
$\mathbf{P}(x) =$	$x \xrightarrow{\times ....} ...... \xrightarrow{+....} ......$
$\mathbf{A}(x) =$	$x \xrightarrow{\times ....} ......$

نشاط 2 :

إليك طريقة حساب مبلغ الفاتورة الهاتفية :

- ثمن الوحدة المستهلكة هو $3\ DA$.
- قيمة الاشتراك هي $400\ DA$. لكلّ شهرين.

نسمي $P(x)$ مبلغ الفاتورة الذي يجب دفعه عند استهلاك x وحدة في الشهرين.

1) أحسب $P(120)$.

2) أتمم الجدول التالي :

الفترة	عدد الوحدات	التعبير عن $P(x)$ بدلالة x	برنامج الحساب
جانفي - فيفري	130	$P(130)=130\times3+400$	$130 \xrightarrow{\times\ldots} \ldots\ldots\ldots \xrightarrow{+\ldots} \ldots\ldots\ldots$
مارس - افريل	145	$P(145)=\ldots$	....
ماي - جوان	200	$P(200)=\ldots$	....
جويلية - أوت	$\square$	$P(\square)=\ldots$	$\square \xrightarrow{\times\ldots} \ldots\ldots\ldots \xrightarrow{+\ldots} \ldots\ldots\ldots$
	x	$P(x)=\ldots$	....

- **تنظيم معطيات (الإحصاء)**

عموما، ترمي برامج التعليم المتوسط في ميدان الإحصاء إلى تحقيق هدفين أساسيين، يتمثلان في :

- التدريب على قراءة واستعمال تمثيلات وبيانات.
- اكتساب بعض مفردات الإحصاء الوصفي.

§ تذكير بمحتويات برامج السنوات 1، 2، 3 :

	المحتويات	الكفاءات المستهدفة	تعاليق وأنشطة
السنة الأولى	استعمال جداول ومخططات	وضع وقراءة وتحليل معطيات في شكل جداول أو بيانات أو مخططات.	نأخذ أمثلة من المحيط المباشر للتلميذ (أعمار، قامات، مقاسات، عدد الإخوة، العلامات المحصل عليها في فرض، ...).
السنة الثانية	السلاسل الإحصائية التمثيلات البيانية التكرارات التكرارات النسبية	- قراءة معطيات إحصائية في شكل جداول أو تمثيلات بيانية (منحنيات ومخططات). - فهم معطيات إحصائية وتفسيرها. - تمثيل معطيات إحصائية بمخططات بالأعمدة أو بمخططات دائرية. - حساب التكرارات. - حساب التكرارات النسبية.	تعطى أمثلة من المحيط المباشر للتلميذ (أعمار، قامات ومقاسات التلاميذ) وكذلك من مواد أخرى وبالخصوص الجغرافيا (توزيع السكان، مساحات القارات، المناطق الزراعية، الإنتاج، ...). في حساب التكرارات نجعل التلميذ يعطي النتائج في مختلف الأشكال (نسبة مئوية، عدد عشري، ...).
السنة الثالثة	أمثلة للتجميع في فئات متساوية المدى. تمثيلات سلسلة إحصائية.	- تجميع معطيات إحصائية في فئات وتنظيمها في جدول. - حساب تكرارات. - تقديم سلسلة إحصائية في جدول وتمثيلها بمخطط أو بيان (الأشرطة، المدرج التكراري). - حساب تكرارات نسبية.	يتدرب التلميذ على استعمال التعبير : مجتمع، ميزة، تكرار، ... من خلال أمثلة تكون مختارة من محيطه (العلامات المحصل عليها في اختبار، هرم الأعمار، ... عند حساب تكرارات نسبية، تعطى كذلك في شكل نسب مئوية. في توزيع لمعطيات إحصائية في فئات وتمثيلها يمكن ملاحظة تناسب مساحات المستطيلات (الأشرطة) مع التكرارات.

	المحتويات	الكفاءات المستهدفة	تعاليق وأنشطة
السنة الثالثة (تابع)	المُتوسّط.	- حساب المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية. - استعمال المجدولات في استغلال معطيات إحصائية.	- تقترح أمثلة متنوعة لسلاسل إحصائية (يمكن أن تكون المجتمعات المدروسة غير الكائنات الحية) تعطي معنى للتكرار النسبي. مثال : تكرار ظهور حرف معيّن في نصّ مشكلة بالنسبة إلى مجموعة الحروف المستعملة في النصّ. المقصود بالمتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية متوسط قيم هذه السلسلة المتوازن بالتكرارات المتعلقة بهذه القيم. تعطى وضعيات لسلاسل إحصائية يكون فيها للمتوسط المتوازن قيمة مضبوطة وسلاسل إحصائية مُجمّعة في فئات يكون فيها للمتوسط المتوازن قيمة مقربة. لإجراء الحسابات المتعلقة بسلسلة إحصائية، يمكن استعمال المجدولات التي تُوفر أوراقا للحساب. يكفي عندئذ برمجة الخلايا ليجري اللوجسيال الحسابات المطلوبة.

§ الإحصاء في السنة الرابعة متوسط

تعتبر محتويات الإحصاء للسنة الرابعة من التعليم المتوسط امتدادا لبرامج السنوات السابقة وتبقى الأهداف الأساسية لهذا الميدان والمذكورة أعلاه متمثلة في التدريب على قراءة واستعمال تمثيلات وبيانات واكتساب بعض مفردات الإحصاء الوصفي والعمل بالتكنولوجيات الجديدة للإعلام والاتصال.

شُرِع في السنة الثالثة، في تناول مؤشرات الموقع بإدخال مفهوم الوسط الحسابي المتوازن لسلسلة إحصائية ويُزوّد التلميذ في السنة الرابعة بمؤشر آخر يتمثّل في الوسيط، حيث يمكن أن نلاحظ في بعض الحالات لسلاسل إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا أنّ الوسط الحسابي لا يقسم السلسلة إلى جزءين لهما نفس عدد العناصر، وهو الأمر الذي يمكن تحقيقه بحساب الوسيط.

إنّ البرنامج يقتصر على مؤشرات الموقع ليكمّل بإدخال مؤشرات التشتت في بداية التعليم الثانوي وهو ما سيسمح بتعويد التلاميذ على امتلاك منهجية في الإحصاء عندما يتعلق الأمر بتلخيص معلومات بحساب مؤشرات تقيس النزعة المركزية أو التشتت للسلسلة المدروسة.

بالإضافة إلى ذلك، يساهم تدريس الإحصاء في تطوير الكفاءات الرياضياتية المرتبطة بالحساب وقراءة واستعمال البيانات.

كما نشير أنّ برنامج السنة الرابعة، الذي يمثّل حلقة وصل بين المرحلة المتوسطة والمرحلة الثانوية، يدقق ويصحّح بعض المفردات بما يضمن الانسجام بين المرحلتين.

المحتويات	الكفاءات المستهدفة	تعاليق وأنشطة
السلاسل الإحصائية	حساب تكرارات مجمعة وتواترات مجمعة.	يسمح تمثيل التكرارات (أو التواترات) المجمعة المحصل عليها بقراءة مباشرة لتكرارات (أو تواترات) قيم أصغر (أو أكبر) من قيمة معينة للسلسلة الإحصائية.
مؤشرات الموقع	- تعيين الوسط الحسابي والوسيط لسلسلة إحصائية وترجمتهما.	الغرض في هذه السنة هو تزويد التلميذ كذلك بالأدوات الأولى لتلخيص سلسلة إحصائية. يتم تعيين الوسيط من خلال أمثلة بسيطة لسلاسل إحصائية يكون عدد قيمها زوجيا أو فرديا أو تكون قيمها مجمعة في فئات.
	- استعمال المجدولات لتمثيل سلسلة إحصائية أو حساب مؤشرات الموقع لها.	تختار أمثلة حيث يكون استعمال المجدولات ضروريا وذلك لابراز أهمية وضرورة التكيف مع مستجدات تكنولوجيات الإعلام والاتصال.

نقترح فيما يلي بعض الأمثلة التي نقدر أنّها تساعد على تغطية جل متطلبات هذا المجال في المرحلة المتوسطة، وهذا لا شك أنّه سيساهم بدوره في التناول السليم لموضوع الإحصاء.

1. تعابير إحصائية

<u>مثال</u> : للالتحاق بإكمالية "مولود فرعون" :

- *209* تلميذا يستعملون النقل العمومي.
- *284* تلميذا يأتون راجلين.
- *92* تلميذا يأتون في سيارات أوليائهم.

نسمّي **مجتمعا إحصائيا** مجموعة **الأفراد** الذين تخصّهم **الدراسة الإحصائية.**

في المثال السابق، يشكلّ تلاميذ إكمالية "مولود فرعون" المجتمع الإحصائي، أفراده تلاميذ هذه الإكمالية والدراسة الإحصائية تتمثل في كيفية التحاق التلاميذ بالإكمالية (طبيعة النقل المستعمل).

نسمّي **التكرار الكلّي (المطلق)** للسلسلة المعتبرة عدد عناصر هذه السلسلة.

في هذا المثال، عناصر السلسة هي عناصر هذا المجمع والذي يتمثل في تلاميذ الاكمالية المذكورة : $209+284+92=585$.

نسمّي **متغيرا إحصائيا** أو **ميزة إحصائية**، الشيء الذي تخصّه الدراسة الإحصائية والذي يشتمل عدة أنواع مختلفة، حيث يأخذ كلّ فرد من المجتمع المدروس نوعا واحدا فقط من هذه الأنواع.

ونسمّي **سلسلة إحصائية** مجموعة نتائج الدراسة الإحصائية.

في هذا المثال، المتغيّر الإحصائي هو طبيعة النقل المستعمل.
نسمّي **التكرار** المرفق بنوع معين للمتغيّر الإحصائي عدد مرّات ظهور هذا النوع.

في هذا المثال، تكرار التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو *209*.

نسمّي **التواتر (أو التكرار النسبي)** المرفق بنوع معين للمتغيّر الإحصائي حاصل قسمة تكرار هذا النوع على التكرار الكلي.

في هذا المثال، تواتر التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو $\frac{209}{585}$ ويُعبّر عن هذه النتيجة بعدد عشري أو بنسبة مئوية.

نقول عن ميزة إنّها **كمّية** عندما تكون ممثّلة بعدد.

العمر، المسافة، المدة، العلامة هي ميزات كمّية.

ونقول عن ميزة غير كمّية إنّها **نوعية.**

الجنس، اللّون، الشهادة هي ميزات نوعية.

نقول عن ميزة كمّية إنّها **متقطعة** عندما لا تأخذ إلا قيما معزولة.

عدد تلاميذ قسم معين، عدد الولادات خلال شهر في عيادة، العلامة المدورة إلى نصف نقطة هي ميزات كمّية متقطعة.

نقول عن ميزة كمّية إنّها **مستمرّة** عندما يمكنها أن تأخذ كلّ القيم المحصورة بين أيّ عددين من هذه السلسلة.

المسافة من البيت إلى الإكمالية، قامات تلاميذ، درجة الحرارة هي ميزات كمّية مستمرّة.

عندما تكون قيم الميزة الإحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، نسمّي :

التكرار المجمّع (المتراكم) الصاعد لقيمة (أو لفئة) مجموع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم (أو الفئات) الأصغر منها.

التكرار المجمّع (المتراكم) النّازل لقيمة (أو لفئة) مجموع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.

كما نعرّف بنفس الكيفية **التواتر المجمّع الصاعد أو النازل** لقيمة (أو لفئة).

مثال :

تمثل السلسلة الإحصائية الآتية علامات *25* تلميذا في فرض في الرياضيات.

العلامات	7	8	9	10	11	12	13	14	15
التكرارات	6	3	5	1	2	2	3	1	2
التكرارات المجمعة الصاعدة	6	9	14	15	17	19	22	23	25
التواترات(%)	24	12	20	4	8	8	12	4	8
التواترات المجمعة الصاعدة(%)	24	36	56	60	68	76	88	92	100

تحصل 19 تلميذا
على علامة أقل من
أو تساوي 12

56% من التلاميذ على
تحصل
علامة أقل من أو تساوي 9

2. تقديم معطيات

مثال 1 :

عند إحصاء عدد الأطفال حسب العائلات في قرية، سُجلت النتائج التالية :

3	2	6	4	0	4	4	2	1	4	0	4	0	3	2
2	4	5	5	3	8	0	4	3	3	4	2	3	0	5
5	4	4	4	4	4	4	0	3	1	5	6	2	2	2

مثال 2 :

إليك العلامات التي تحصّل عليها تلاميذ في امتحان :

17,5	5	12,6	8,2	17,3	7,9	14,1	8	9,7	13	9,8	15,3	15,6	11,2	14
4,4	16,1	11,1	10,5	3,1	9	14,1	17,2	10,5	15	2,3	9,5	13	7,1	8,4
5	7,6	16,4	11,7	11	10,8	6,4	5,2	14,9	13,8	12,5	13,3	5,3	9,3	11

الجدولان السابقان يعطيان معلومات خامة تخص دراستين إحصائيتين، وفي هذا الشكّل تكون هذه المعلومات غير منظمة ويصعب استغلالها. لذلك يستحسن تقديمها وتنظيمها في جدول وذلك بتجميع النتائج حسب القيم المتساوية.

في المثال الأوّل، نجد :

عدد الأطفال	0	1	2	3	4	5	6	8	**المجموع**
عدد العائلات	6	2	8	7	14	5	2	1	**45**

في المثال الثاني، لا يكون عمليا تخصيص خانة لكلّ علامة. نعتبر الميزة مستمرّة ونجمّع القيم في **فئات** متساوية **الطول**.

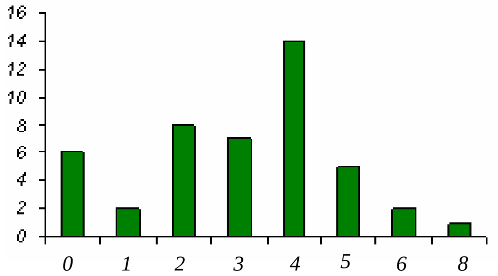
العلامات	*[0 ; 4[*	*[4 ; 8[*	*[8 ; 12[*	*[12 ; 16[*	*[16 ; 20[*	**المجموع**
التكرارات	2	9	16	13	5	45

3. تمثيل معطيات

- **مخططات بأعمدة أو أشرطة**

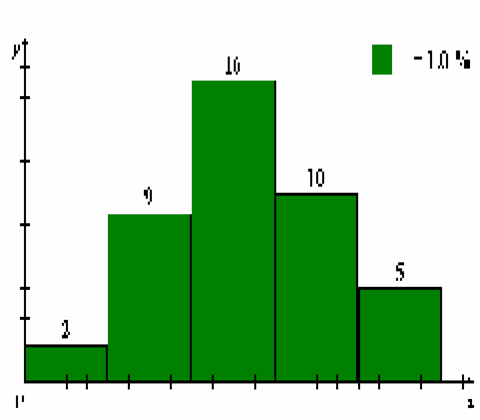
يناسب هذا النوع من التمثيل الميزات الإحصائية المتقطعة (الكميّة أو النوعية)، حيث يُخصّص عمود لكلّ قيمة تأخذها الميزة. ويكون التمثيل بمراعاة القواعد الآتية :

- طول كلّ عمود يكون متناسبا مع تكرار القيمة.
- عرض الأشرطة متماثل.
- كلّ عمودين (أو شريطين) متجاورين يكونان متباعدين.
- نضع البيانات على المحورين وعنوانا للتمثيل.



- **المدرّج التكراري**

يناسب هذا النوع من التمثيل الميزات الإحصائية الكميّة المستمرّة المجمّعة في فئات، حيث يُخصّص مستطيل لكلّ فئة. في هذه الحالة يمثّل المستطيل كلّ القيم الممكنة والمحصورة بين طرفي الفئة، عكس التمثيل السابق بالأعمدة أو الأشرطة حيث يُرفق بكلّ عمود قيمة وحيدة. ويكون التمثيل بمراعاة القواعد الآتية :

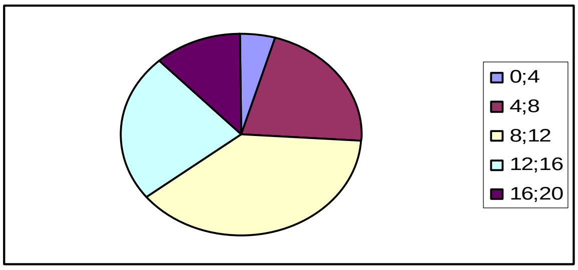


- عرض كلّ مستطيل يكون متناسبا مع طول الفئة.
- مساحة كلّ مستطيل تكون متناسبة مع تكرار الفئة.
- نضع البيانات على المحورين وعنوانا للتمثيل.

- **التمثيل بقطاعات**

يناسب هذا النوع من التمثيل الميزات الإحصائية النوعية أو المستمرة ويكون في شكلين : مخططات دائرية أو مخططات نصف دائرية. ويكون التمثيل بمراعاة التناسبية بين زاوية (مساحة) كلّ قطاع وتكرار القيمة.

العلامات	$[0\,;4[$	$[4\,;8[$	$[8\,;12[$	$[12\,;16[$	$[16\,;20[$	**المجموع**
التكرارات	2	9	16	13	5	**45**
الزاوية						



4. مؤشرات الموقع

- نسمّي **الوسط الحسابي** لسلسلة إحصائية حاصل قسمة مجموع قيم السلسلة المتوازنة بالتكرارات الموافقة لها على الترتيب على التكرار الكلّي.

إذا كانت x_1، x_2، ... ، x_k قيم السلسلة الإحصائية، n_1، n_2، ... ، n_k التكرارات الموافقة لها على الترتيب، فإنّ الوسط الحسابي $\bar{x}$ يعطى بالعلاقة :

$$\boxed{\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_kx_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k}}$$

مثال 1 :

لنحسب الوسط الحسابي لسلسلة علامات التلاميذ في فرض الرياضيات :

العلامات	7	8	9	10	11	12	13	14	15
التكرارات	6	3	5	1	2	2	3	1	2

$$\bar{x} = \frac{6\times7+3\times8+5\times9+1\times10+2\times11+2\times12+3\times13+1\times14+2\times15}{25} = \frac{250}{25} = 10$$

مثال 2 :

إذا نظّمنا العلامات السابقة في فئات متساوية الطول، نحصل على السلسلة الإحصائية الآتية :

العلامات	$[7\,;10[$	$[10\,;13[$	$[13\,;16[$
مركز الفئة	$8{,}5$	$11{,}5$	$14{,}5$
التكرار	14	5	6

نقبل أنّ قيم كلّ فئة تتمركز حول مركز الفئة.

الوسط الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{14\times8{,}5+5\times11{,}5+6\times14{,}5}{25} = 10{,}54$$

- عندما تكون سلسلة إحصائية مرتبة، **الوسيط** هي القيمة التي تجزئ هذه السلسلة إلى جزأين لهما نفس التكرار.
عدد القيم الأصغر من الوسيط يساوي يعدد القيم الأكبر منه.

أمثلة :

§ عدد قيم السلسلة (15) وهو عدد فردي :

$$\underbrace{7\quad 8\quad 9\quad 10\quad 10\quad 10\quad 11}_{\text{7 قيما}}\quad \underset{\text{الوسيط}}{\underset{\uparrow}{12}}\quad \underbrace{13\quad 13\quad 13\quad 14\quad 15\quad 15\quad 15}_{\text{7 قيما}}$$

§ عدد قيم السلسلة (12) زوجي :

$\underbrace{7\quad 7\quad 8\quad 9\quad 9\quad 10}_{\text{6 قيما}} \qquad \uparrow \qquad \underbrace{11\quad 12\quad 12\quad 13\quad 14\quad 15}_{\text{6 قيما}}$

الوسيط

يمكن اعتبار كوسيط أيّ عدد محصور بين 10 و11 وعادة يصطلح أن يؤخذ $\frac{10+11}{2}$.

نشاط : *استعمال مجدول لحساب مؤشرات الموقع*

احسب الوسط الحسابي والوسيط لسلسلة العلامات التي تحصل عليها 45 تلميذا في فرض لمادة الرياضيات منقط على 20 :

9	8	18	15	7	8	15	12	12	10	8	9	9	8	2
10	12	5	12	17	14	15	16	14	12	12	11	10	9	7
17	16	5	5	10	10	5	14	16	9	7	8	12	11	5

- المرحلة الأولى : حجز قيم السلسلة.
- المرحلة الثانية : حساب الوسط الحسابي والوسيط.

نشاط :

الأهداف : - اكتشاف قوة وسرعة وأهمية الحاسوب في تمثيل السلاسل الإحصائية.
- استعمال مجدول لحساب مؤشرات الموقع.

- وثيقة التلميذ

<u>الجزء الأوّل</u>

يعطى الجدول الآتي والممثل لسنة ميلاد تلاميذ القسم.

السنة	1990	1991	1992	1993
التكرار	2	10	16	2

1. مثّل بمخطط بالأعمدة السلسلة الإحصائية المعطاة.
تسمّى السنة الموافقة لأكبر تكرار **منوال** السلسلة. عيّنه في هذه الحالة.
2. احجز المعطيات السابقة في مجدول ثمّ أعط تمثيل السلسلة الإحصائية بمخطط بالأعمدة.
حوّل هذا التمثيل إلى تمثيل دائري.
3. أبرز في ورقة الحساب خلية للتواترات ثمّ أضف ما يلزم لحساب هذه التواترات.
4. أضف ما يلزم لحساب التكرارات المتراكمة الصاعدة. مثّل على نفس البيان التكرارات والتكرارات المتراكمة الصاعدة. قل في جملتين ماذا يمثّل كلّ من المستطيلين الممثلين للسنة 1992.
5. غيّر الجدول بحيث يكون المنوال 1991 والاحتفاظ بنفس التكرار الكلّي، لاحظ التمثيلات الموافقة.
6. إذا علمت بوجود تلميذ واحد على الأقل مولود في كلّ سنة ممثلة في الجدول، ما هو أصغر تكرار ممكن للقيمة المنوالية ؟ ما هو الأكبر ؟

الجزء الثّاني

يعطى الجدول الآتي العلامات التي تحصّل عليها قسم السنة الرابعة 1 في فرض لمادة الرياضيات.

التكرار	العلامة	التكرار	العلامة	التكرار	العلامة
2	14	1	7	0	0
0	15	0	8	1	1
1	16	1	9	1	2
0	17	2	10	1	3
0	18	4	11	0	4
0	19	5	12	2	5
0	20	2	13	2	6

1. احجز هذه المعطيات فى ورقة حساب حيث ترتب العلامات تصاعديا ثم أضف عمودا لحساب التكرارات المتراكمة.

2. احسب وسيط السلسلة الإحصائية.
3. احسب الوسط الحسابي للقسم.

3.1- ***الأنشطة الهندسية***

- **خاصية طالس**

يسمح هذا الباب باستثمار وتوظيف مفهوم التناسبية كما يسمح أيضا بالتطرّق إلى مفهوم التكبير والتصغير. نكتفي بدراسة خاصية طالس (النظرية وعكسها) في المثلث ويكون برهانها نشاطا مفيدا لتوظيف مكتسبات التلاميذ حول الاستدلال والبرهان.

- **حساب المثلثات في المثلث القائم**

بعد إدخال مفهوم جيب تمام زاوية حادة في السنة الثالثة، يتوسع العمل في هذه السنة إلى جيب وظل زاوية حادة دائما في المثلث القائم. أما التطرّق إلى الدائرة المثلثية، الذي يسمح بالخصوص، بتوضيح تغيّرات النسب المثلثية لزاوية عندما تتغيّر هذه الزاوية، فيتمّ بدون توسّع.

بالنسبة إلى قيم النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة ($30°$، $45°$، $60°$)، فلا يطلب من التلميذ حفظها. تقترح تمارين لتعيينها أو تعطى في تمارين أخرى.

لا يتم التوسع عند تقديم العلاقات المثلثية المقررة في البرنامج، بل توظّف وتستثمر هذه العلاقات في وضعيات حساب أطوال بدلا من التمارين التقنية مثل إعطاء إحدى النسب المثلثية لزاوية ثم تعيين النسب المثلثية الأخرى لهذه الزاوية.

نشاط :

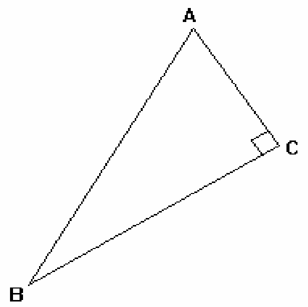
1. باستعمال حاسبة، أكمل الجدول الآتي بإجراء الحسابات الضرورية.

x	$31°$	$59°$	$64°$	.	.	.
$(\sin x)^2 + (\cos x)^2$						

التخمين : ....

2. برهان :

المثلث ABC قائم في C.



- اكتب علاقة فيثاغورس في هذا المثلث : ....
- بيّن أنّ : $\left(\frac{AC}{AB}\right)^2+\left(\frac{CB}{AB}\right)^2=1$

....

- عبر عن هذه النتيجة باستعمال النسب المثلثية

....

- **الأشعة والانسحاب**

يهدف إدخال مفهوم الشعاع انطلاقا من الانسحاب إلى جعل التلميذ يدرك هذا الكائن الرياضي من خلال مميّزاته (المنحى، الاتجاه، الطول) ويتواصل الأمر بربط تساوي شعاعين بمفهوم متوازي الأضلاع. أما بالنسبة إلى مجموع شعاعين، فالاعتماد على تركيب انسحابين يسمح للتلميذ باكتشاف علاقة شال وامتلاكها بشكل أحسن.

يجب تجنّب الإفراط في التمارين التقنية حول هذا المفهوم لأنّ إتقان الحساب الشّعاعي يبقى من أهداف التعليم الثانوي.

- **المعالم**

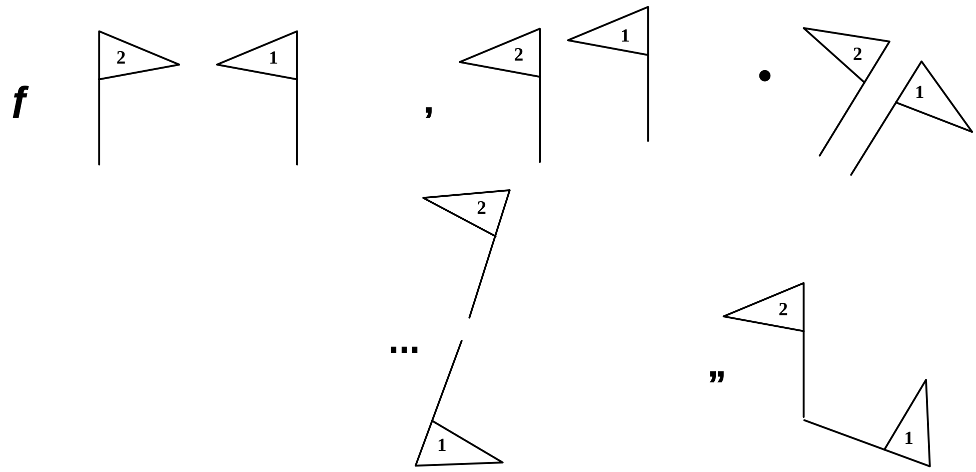
يسمح هذا الباب للتلميذ بالشروع في الهندسة التحليلية. تقتصر الدراسة في هذا الباب على مفاهيم قليلة وبسيطة (إحداثيا شعاع في المستوي، المسافة بين نقطتين) وتكون معالجتها في معلم متعامد ومتجانس.

- **الدوران، المضلعات المنتظمة، الزوايا.**

كما كان الأمر بالنسبة إلى التحويلات النقطية المدروسة في السنوات السابقة، يتمّ إدخال مفهوم الدوران من خلال أنشطة ملموسة ونركز على إنشاء صور أشكال وفق هذا التحويل مع استخراج الخواص المختلفة واستثمارها في بعض البراهين. أمّا بالنسبة إلى إنشاء المضلعات المنتظمة المقررة في البرنامج فيتمّ ارتباطا بالزاوية المركزية في الدائرة وكذا مفهوم الدوران.

نشاط : تعريف الدوران، إنشاء صورة نقطة.

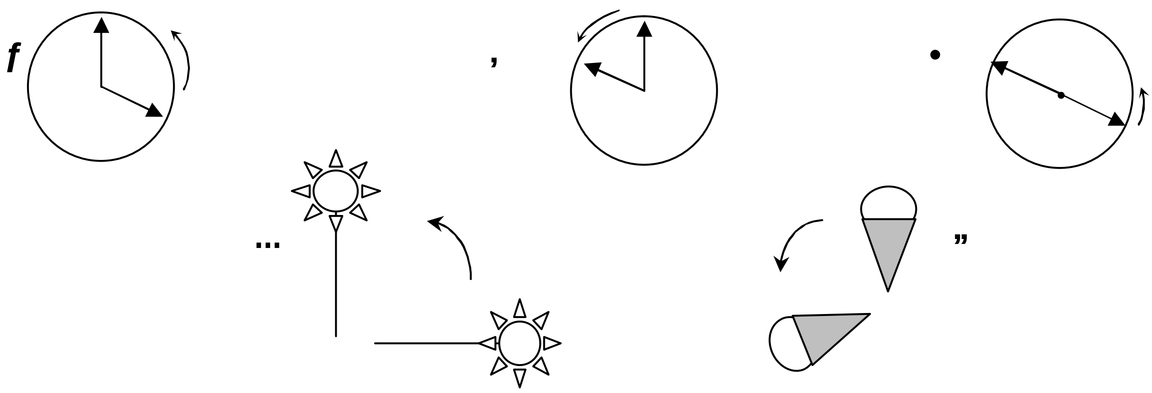
1) لاحظ الأشكال التالية وعيّن في كل حالة، التحويل النقطي (التناظر المحوري أو التناظر المركزي أو الانسحاب) الذي يسمح بالمرور من الراية 1 إلى الراية 2.



تعليق : في الحالة الرابعة نجعل التلميذ يلاحظ أن اللافتة تدور حول نقطة معينة بزاوية معينة (هناك زاويتان ممكنتان ونختار الزاوية أقل من $180°$) وفي اتجاه معين ويتم بعد ذلك إدخال عبارة **الدوران**.

2) أ) أذكر أمثلة لدورانات من المحيط الذي تعيش فيه.

ب) عيّن المركز والزاوية لكلّ من الدورانات التالية :



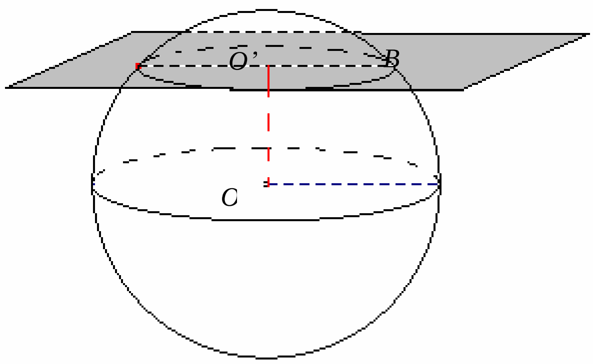
الخلاصة :

يستخلص أنّ الدوران يتعيّن بمعرفة مركزه وزاويته بعد اختيار الاتجاه.

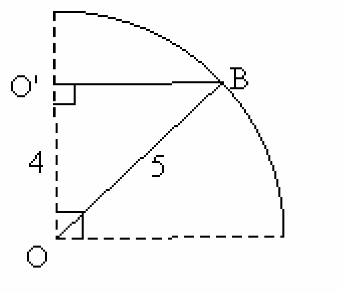
- **الهندسة في الفضاء**

إنّ المبدأ المعتمد في السنوات السابقة، أي الملاحظة والممارسة اليدوية على المجسمات، يتواصل في هذه السنة مع إدخال الكرة والشروع في البحث على مقاطع مستوية لمجسمات في حالات بسيطة (مستو مواز لوجه أو لحرف أو لمحور، ...) وتمثيلها على ورقة (أي في مستو). كما كان الحال في السنة الرابعة، يوظف ويستثمر التلميذ بعض نظريات الهندسة المستوية لحساب أبعاد هذه المقاطع المستوية.

نشاط : مقطع الكرة التي مركزها O ونصف قطرها $5cm$ بالمستوي P العمودي على (OO') هو الدائرة التي مركزها O' و نصف قطرها $O'B$.
إذا علمت أنّ بعد النقطة O عن المستوي P هو $OO' = 4cm$، أحسب $O'B$.



<u>الطريقة</u> : نعيّن من الرسم أشكالا مألوفة من المستوي (مثلثات قائمة، مربعات، ...) ونوظف النظرية المناسبة.



<u>المرحلة الأولى</u> : نرسم الشكل بأبعاده المضبوطة ونشفره.

$OO' = 4\ cm$.

$OO' = 4\ cm$ لأن OB نصف قطر للكرة.

OO' هو بعد النقطة O' عن المستوي P إذن (OO') عمودي على $(O'B)$ ونستنتج أن المثلث $OO'B$ قائم في O'.

<u>المرحلة الثانية</u> : نطبق نظرية فيثاغورس في المثلث $OO'B$ القائم في O'.

لدينا $OB^2 = OO'^2 + O'B^2$ إذن $O'B^2 = OB^2 - OO'^2$ أي $O'B^2 = 5^2 - 4^2$

يعني $O'B^2 = 9$ وبما أنّ $O'B \geq 0$ نستنتج أنّ $\boldsymbol{O'B = 3\ cm}$.

<u>ملاحظة</u> : يمكن التحقق عن هذه النتيجة في الشكل.

2- التدريب على الاستدلال الاستنتاجي :

قُدّم هذا الموضوع بتوسّع في الوثيقة المرافقة لبرنامج السنة الثالثة، يمكن للأستاذ الرجوع إليه عند الحاجة.

كما كان الأمر في السنة الثالثة، يبقى الهدف في هذا المجال هو تدريب التلميذ تدريجيا على تحرير نصّ برهان بشكل سليم وبوضوح. يتمّ التحرير في التعبير الطبيعي للتلميذ ونتجنّب الإفراط في استعمال الرموز، وبالخصوص، الروابط المنطقية بما فيها تلك المستعملة عند حلّ المعادلات والمتراجحات وجمل معادلتين أو متراجحتين. ونستعمل بدلا منها في هذه المرحلة كلمات أبسط مثل : منه، وبالتالي، إذن، يعني، ...

كما في السنة الثالثة، تشكلّ الأنشطة الهندسية مجالا ثريا لإعادة استثمار ودعم تعلّمات التلاميذ المرتبطة بالاستدلال الاستنتاجي والبرهان. يمكن أن يكون ذلك سواء من خلال البرهان على الخواص المقررة في البرنامج أو بمناسبة حلّ مشكلات التطبيق والتقويم.

وتكملة للعمل المقدّم في الوثيقة المرافقة لبرنامج السنة الثالثة، يمكن أن نقترح على التلاميذ أنشطة (تمارين ومشكلات) تسمح لهم ببناء بطاقات لطرائق البرهان تكون مرتكزا لهم في حلّ مشكلات أكثر تركيبا.

وفي هذا الصدد، يمكن استهداف المواضيع التي تتكرر أكثر في برامج التعليم المتوسط، مثل :

- كيف نبرهن على أنّ مستقيمين متوازيان ؟
- كيف نبرهن على أنّ مستقيمين متعامدان ؟
- كيف نبرهن على أنّ نقطة منتصف قطعة مستقيم ؟
- كيف نبرهن على أنّ ثلاث نقط على نفس الاستقامة ؟
- كيف نبرهن على أنّ مثلث قائم ؟
- كيف نحسب طول قطعة مستقيم ؟
- كيف نحسب زاوية ؟
- ....

مثال : للبرهان على أنّ مستقيمين متوازيان، يمكن أن نجعل التلميذ يكتشف مختلف الطرائق الآتية :

طريقة 1 : نستعمل مستقيما ثالثا يوازي المستقيمين المفروضين.

طريقة 2 : نستعمل مستقيما ثالثا يعامد المستقيمين المفروضين.

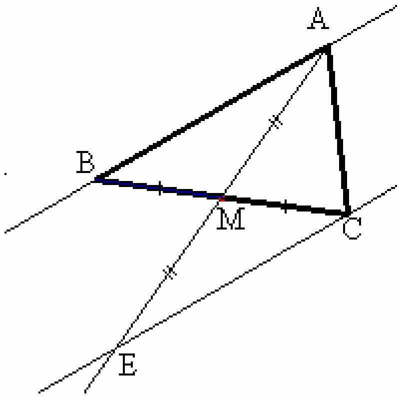
طريقة 3 : نستعمل تساوي زاويتين متبادلتين داخليا أو متماثلتين.

طريقة 4 : نستعمل خاصية الضلعين المتقابلين لمتوازي أضلاع أو لمتوازي أضلاع خاصّ.

طريقة 5 : نستعمل صورة مستقيمين متوازيين بتناظر مركزي أو محوري أو انسحاب.

طريقة 6 : نستعمل صورة مستقيم بتناظر مركزي.
طريقة 7 : نستعمل خاصية مستقيم المنتصفين لضلعين في مثلث.
طريقة 8 : نستعمل الخاصية العكسية لطالس.

<u>تمرين</u> : ABC مثلث. (AM) هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ والنقطة E هي نظيرة النقطة A بالنسابة إلى M.



بين أن المستقيمين (AB) و (CE) متوازيان.

للبرهان على أن المستقيمين (AB) و (CE) متوازيان يمكن استعمال :
- الطريقة 5 : ((AB) و(CE) متناظران بالنسبة إلى M).
- الطريقة 4 : ($ABEF$ متوازي الأضلاع لأنّ قطريه متناصفان).
- الطريقة 3 : (الزاويتان المتبادلتان داخليا $\widehat{BAM}$ و $\widehat{MEC}$ (أو $\widehat{ABM}$ و $\widehat{MCE}$) متساويتان لأن المثلثين BAM و MEC متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات).
- الطريقة 8 : ($\frac{MB}{MC}=\frac{MA}{M}=1$)

كما في الهندسة، يمكن أن نقترح على التلاميذ في الميدان العددي أنشطة حول تنظيم حسابات والتبرير بواسطة خواص رياضية واستعمال النظريات وبالتالي اقتراح تدريجيا تمارين أكثر تركيبا يطلب تحرير براهين لها.

والحساب يمنح أيضا فرصا عديدة للتلميذ لممارسة الاستدلال على أشياء مألوفة نسبيا (الأعداد). ويسمح هذا الميدان بإيجاد بربط **التجريب** و**التخمين** و**التبرير** تشكّل بدورها أسس نشاط البحث الرياضي. كما يمكن اقتراح أنشطة للبرهان على بعض القواعد المقررة في البرنامج.

مثال : "إذا قسّم عدد عددين آخرين فإنّه يقسم مجموعهما وفرقهما".
كما يمكن اقتراح مشكلات حول موضوع "المضاعفات والقواسم".

مثال 1 : بيّن أنّ مجموع ثلاثة مضاعفات متتالية للعدد 3 هو مضاعف للعدد 9.

مثال 2 : هذه قائمة لستّة أعداد 2؛ 5؛ 7؛ 12؛ 19؛ 31.
العددان الأوّلان مختاران عشوائيا وكل عدد من الأعداد الموالية محصّل عليه بجمع العددين السابقين (مثال : $2+5=7$).
نضع s مجموع هذه الأعداد.

أ) تحقق أنّ s يساوي أربع مرّات العدد الخامس.
ب) اختبر هذا التأكيد باستعمال عددين آخرين في البداية.
ج) برهن صحّة هذا التأكيد مهما كان العددين المختارين في البداية.

ملاحظة : مثل هذه التمارين تسمح بإعادة استثمار مكتسبات التلميذ المتعلّقة بالحساب الحرفي (تحويل الكتابات مثل التبسيط والتحليل).

3- التكنولوجيات الجديدة للإعلام والاتصال :

تلّح المقاربة بالكفاءات والبرامج الجديدة، انطلاقا من التعليم الابتدائي، على كون التعلّمات الخاصة بالرياضيات لا يمكن أن تبنى على اكتساب شكلي صرف لمعارف ونتائج تقنية وخوارزميات. إنّ إعطاء معنى لهذه المعارف وبناؤها من خلال مختلف الوضعيات والمشكلات التي يحلّها التلميذ، يسمح له بجعل هذه المعارف إجرائية وبالتالي امتلاكها.

وباعتبار أنّ الحاسبة والبرمجيات تمنح للتلميذ فرصا عديدة للتجريب سواء كان ذلك في الميــدان الهندسي أو العــددي أو في ميدان تنظيم المعطيات من جهة، ومن

جهة أخرى كون الإعلام الآلي حاضرا أكثر فأكثر في محيط التلميذ وباعتبار أن كل التلاميذ مطالبون باستعمال هذه الوسائل في حياتهم المهنية مستقبلا، فإنّ تعلّم الرياضيات يمكن، في هذا الإطار، أن يستغّل ويستفيد من مختلف التجارب حول الأشياء المدروسة مثل الأعداد والأشكال الهندسية وبهذا تساهم هذه الدوات في التكوين العلمي للتلاميذ.

الحاسبة :

كما في السنوات السابقة، تمنح الحاسبة للتلاميذ المساعدة الضرورية لتحقيق تحرّيات عديدة في ميدان الأعداد. فمثلا، يمكن تعيين قيم مقربة للجذر التربيعي لعدد أو حلّ معادلة، بتقريبات متتالية تجريبيا، حيث يتمّ الحساب وفق استدلال قائم على نفس مفهوم الجذر التربيعي أو حلّ معادلة. كما تعد الحاسبة آداة ضرورية في حساب المثلثات بإعتبار أن جداول النسب المثلثية غير مستعملة الآن.

<u>مثال</u> :

n عدد موجب. $\sqrt{n}$ هو العدد الموجب الذي مُربّعه يساوي n.

لإيجاد تقريب للعدد $\sqrt{n}$، يكفي تعيين عدد موجب حيث يكون مربّعه هو العدد الأقرب من n.

<u>طريقة</u> :

نفرض $n = 31$.

لإيجاد القيم المقربّة للعدد $\sqrt{31}$ إلى الوحدة (أي بالتقريب 10^0)، نحسب مربعات الأعداد الطبيعية لتعيين العدد الطبيعي a حيث $a^2 < 31 < (a+1)^2$.

a	a^2
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36

لدينا : $5^2 < 31 < 6^2$

وبالتالي : $5 < \sqrt{31} < 6$

يمكن الآن تعيين القيم المقربّة للعدد $\sqrt{31}$ إلى 10^{-1} بحساب مربعات الأعداد العشرية ذات رقم واحد بعد الفاصلة والمحصورة بين 5 و 6.

a	a^2
5,0	25
5,1	26,01
5,2	27,04
5,3	28,09
5,4	29,16
5,5	30,25
5,6	31,36

لدينا : $5{,}5^2 < 31 < 5{,}6^2$

وبالتالي : $5{,}5 < \sqrt{31} < 5{,}6$

نستمرّ هكذا بحساب مربعات الأعداد العشرية ذات رقمين بعد الفاصلة والمحصورة بين $5{,}5$ و $5{,}6$، فنتحصّل على :

$5{,}56^2 = 30{,}9136$ ، $5{,}57^2 = 31{,}0249$

ويكون $5{,}56 < \sqrt{31} < 5{,}57$

وهكذا يمكن مواصلة البحث باستعمال الأعداد العشرية بثلاثة أرقام بعد الفاصلة ثمّ أربعة ...إلخ.

وكما تمت الإشارة إلى ذلك في الوثيقة المرافقة لبرنامج السنة الثالثة، نجعل التلميذ من خلال بعض النشاطات يدرك جيدا حدود استعمال الحاسبة.

أمثلة :

§ الآلة تحسب باستعمال قيم مُقرّبة

1. ليكن العدد $q = \dfrac{(2^9 \times 2^2)^3}{6^7 \times 8^3}$.

تلميذ يحسب q باستعمال حاسبة وتلميذ آخر يحسب q دون استعمال الحاسبة، لكن بتوظيف خواص القوى.

قارن النتيجتين. من منهما تحصّل على القيمة المضبوطة للعدد q ؟

2. عين باستعمال الحاسبة قيمة $\sqrt{3}$. نسمي x القيمة الظاهرة.

احسب $\sqrt{3}-x$

هل القيمة المقرّبة للعدد $\sqrt{3}$ الظاهرة هي نفس القيمة التي تستعملها الحاسبة في الحساب ؟

§ الآلة تعطي نتائج غير معقولة

نعتبر العدد $A=\frac{\left(1+10^{-20}\right)^2-1}{10^{-20}}$

أ) احسب A باستعمال حاسبة.

ب) هل النتيجة الظاهرة معقولة ؟

ج) احسب القيمة المضبوطة للعدد A .

د) أعط تفسيرا لعمل الحاسبة.

• المجدولات والرّاسمات البيانية

إنّ المجدولات والرّاسمات البيانية تساعد على القيام بنشاطات رياضية فعلية. فعند "توكيل" إجراء الحسابات للحاسوب، يمكن للتلميذ مضاعفة محاولات البحث عن الحلّ أو تحسين تقريب أو مراقبة النتائج المحصّل عليها.

عندما ينظم التلميذ ويهيكل معطيات المشكلة بنفسه ويجد القوانين التي يطلب حجزها فإنه بذلك يتدرب على الحساب الحرفي، إنّ هذا النّوع من البرمجيات يسمح بإدراك نمذجة المشكلات وفي نفس الوقت فهمها والتمكّن منها.

في الحساب، يسمح المجدول بتطبيق سريع للخوارزميات، كما يمثّل مرتكزا للتدريب على الحساب الحرفي واستعمال قوانين مثل حساب المساحات والحجوم ومقاربة بعض المفاهيم مثل الدوال الخطية والتآلفية.

في الإحصاء، يسمح المجدول بحساب سريع لمختلف المؤشرات الإحصائية (التواترات، التواترات المجمعة، الوسط، الوسيط). كما يسمح المساعد البياني المدمج في المجدول بتمثيل المعطيات المختارة على ورقة الحساب بكيفيات مختلفة: مخططات دائرية، مخططات بأعمدة أو أشرطة في بعدين أو ثلاثة أبعاد. وعند تغيير قيمة من قيم الورقة المفروضة يتغيّر التمثيل الموافق حالا، ويتبيّن هكذا تغيّر الجدول والتمثيل الموافق في نفس الوقت.

كما أنّ التفكير في الترجمات والقراءات المختلفة لتمثيل بياني واختيار الشكل الأنسب لوضعية معينة يشكّل فرصا سانحة للتبادل داخل القسم.

<u>مثال 1</u> : حلّ معادلة باستعمال *Excel* .

نريد حلّ المعادلة $2x-3=11$

	A	B
1	x	2x-3
2		
3		

- ندخل في الخلية B2 قانون حساب الطرف الأوّل ($2x-3$) للمعادلة، ننقل هذا القانون بالسحب نحو الأسفل 10 خلايا.
- ندخل الأعداد 0، 1، 2، ... في الخلايا A2، A3، ... للعمود الأوّل. عندما يعطي الحساب الطرف الثاني للمعادلة أي 11، تكون القيمة المعينة في العمود الأول حلّ المعادلة (في هذه الحالة 4).

<u>مثال 2</u> : نريد حلّ المعادلة $5x-2=3x+8$:

- ندخل في الخلية B2 قانون حساب الطرف الأول للمعادلة. ننقل بالسحب هذه الخلية نحو الأسفل 10 خلايا.
- ندخل في الخلية C2 قانون حساب الطرف الثاني للمعادلة. ننقل هذه الخلية بالسحب نحو الأسفل 10 خلايا.
- ندخل الأعداد 0، 1، 2، ... في الخلايا A2، A3 ، ... للعمود الأوّل.

عندما يعطي الحساب نفس النتيجة لخلية من العمودين B و C تكون القيمة الموافقة من العمود الأول حل المعادلة (في هذه الحالة 5).

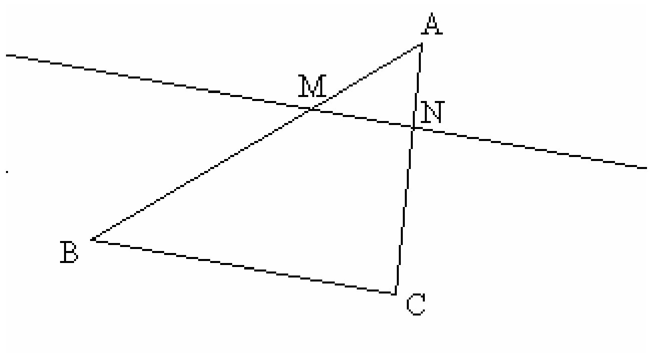
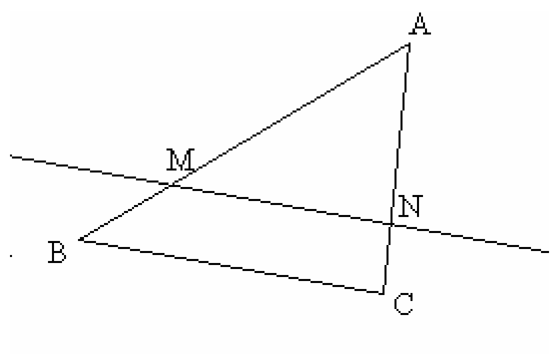
- **البرمجيات الهندسية**

كما تمت الإشارة إليه في الوثيقة المرافقة لبرنامج السنة الثالثة، تسمح هذه البرمجيات بمقاربة ديناميكية لإنشاء أشكال هندسية تساعد التلميذ على التخمين عند التطرق إلى مفاهيم جديدة وفي تجريب هذا التخمين في حالات عديدة بسهولة وسرعة. في مجال الهندسة الفضائية، تشكل هذه البرمجيات إطارا جيدا للمشاهدة وتساعد على اكتشاف خواص أو وضع تخمينات، الشيء الذي يسهل دون شكّ تعلمات التلاميذ.

كما تمنح هذه البرمجيات أداة للأستاذ تسمح له بتركيز عمل التلاميذ على الجانب الرياضي حيث تغنيه هذه الوسائل من المشاكل التقنية للإنشاء.

باستعمال برمجية للهندسة، نوسّع حقل المعالجة الممكنة للشكل حيث يكون الرسم على الشاشة أقرب من الكائن الهندسي الذي يمثله. فنستطيع من خلال البرمجيات بلوغ حقل للتجريب أين تسمح أدوات، مثل القياس أو التنقل، بملاحظة خواص (مثل تمثيل مثلثين ABC ، AMN في وضعية طالس. وبتغيير موقع النقط التي تعرّف المثلثين، يدرك التلميذ بسرعة أنّ النسب $\frac{AM}{AB}$ ، $\frac{AN}{AC}$ ، $\frac{MN}{BC}$ محفوظة).

<u>مثال</u> :

$BC = 4,1\ cm$ ؛ $AC = 3,3\ cm$ ؛ $AB = 5,1\ cm$ $MN = 1,4\ cm$ ؛ $AN = 1,1\ cm$ ؛ $AM = 1,7\ cm$ $\frac{MN}{BC} = 0,33$ ، $\frac{AN}{AC} = 0,33$ ، $\frac{AM}{AB} = 0,33$  	$BC = 4,1\ cm$ ؛ $AC = 3,3\ cm$ ؛ $AB = 5,1\ cm$ $MN = 2,9\ cm$ ؛ $AN = 2,4\ cm$ ؛ $AM = 3,7\ cm$ $\frac{MN}{BC} = 0,72$ ، $\frac{AN}{AC} = 0,72$ ، $\frac{AM}{AB} = 0,72$ 

عند استعمال هذه الأدوات، نتحصّل على الأشكال والقياسات والحسابات بصفة آنية.

يسمح الإعلام الآلي بإبراز الخواص الرياضية بكيفية تجريبية دون أن يكون أمر تكرار الأشكال عائقا. كما يسمح في بعض الحالات من تخفيف وتبسيط تركيب شكل ويسهّل مقروئيته. ينبغي مساعدة وتوجيه التلميذ عند استعمال هذه البرمجيات حتى لا تطغى الصعوبات المرتبطة باستعمالها على تلك المرتبطة بالمادة.

إنّ الاستعمال الدائم لبرمجيات الهندسة الديناميكية من شأنه أن يساعد التلاميذ على التدرّب على الاستدلال الاستنتاجي وتعلّم البرهان، حيث تسمح بالقيام بتجارب ووضع تخمينات والتحقق من صحتها قبل البرهان عليها.

نشير هنا إلى أن استعمال هذه البرمجيات يمكن أن يجعل بعض التلاميذ يظنون أن ذلك كافيا ولا يرون ضرورة البرهان، بينما تبرز هذه البرمجيات العناصر الصامدة للأشكال رغم أنه لم يستعمل الا معطيات النص فقط في إنجاز هذه الأشكال. فيمكن إذن العمل مع التلاميذ على رفع التحدّي بجعلهم يكتشفون كيف تؤدي هذه المطيات إلى استنتاج هذه العناصر الصامدة.

ملاحظة هامة :

يمكن تصنيف الأنشطة التي تستدعي استعمال الإعلام الآلي إلى أنشطة خاصة بالتلاميذ (فرديا) وأخرى خاصة بالقسم كله.

تنظم الأنشطة الخاصة بالتلاميذ أساسا في حصص تتم في قاعة الإعلام الآلي، أين يكون التلاميذ أمام الجهاز فرادى أو ثنائيات حسب التجهيز. في هذه الحالة، يحتفظ التلميذ بنوع من الاستقلالية في العمل ويكون دور الأستاذ هو التوجيه والمساعدة عند الحاجة.

بالنسبة إلى الأنشطة الخاصة بالقسم، يستعين الأستاذ بجهاز للإعلام الآلي وجهاز للعرض (الإسقاط) الجماعي عند تنشيطه للقسم. فبإمكانه تقديم جداول أو بيانات أو أشكال محضرة من قبل لغرض إتمامها أو تحويلها أمام التلاميذ. كما تسمح له هذه الأجهزة، وفي وقت وجيز، بعرض عمل تم من قبل أو تقديم ملخص للدرس أو حلُ تمرين في الإحصاء أو الهندسة، إلخ. ويعتبر هذا الاستعمال للإعلام الآلي جدّ مهما، كونه لا يتطلب مصاريف كبيرة لتجهيز المؤسسة.

ينبغي إذن الوصول تدريجيا، إلى تجهيز حجرة واحدة في كل متوسطة بالآلات المناسبة للسماح لكل الأساتذة باستغلالها مع التلاميذ على غرار المخابر المختصة الأخرى.

4- اقتراح نموذج للتوزيع السنوي (مع الحجم الساعي حسب المحاور) :

المحور	عدد الساعات
الحساب الحرفي : - المتطابقات الشهيرة. - النشر و التحليل. - المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.	10
خاصية طالس.	10
الحساب على الجذور : - الجذر التربيعي لعدد موجب. - العمليات على الجذور التربيعية : الضرب و القسمة.	5
حساب المثلثات في المثلث القائم : - جيب، جيب تمام، ظل زاوية حادة. - العلاقات بين النسب المثلثية.	5
الأشعة و الانسحاب : - مفهوم الشعاع، تساوي شعاعين. - تركيب انسحابين، مجموع شعاعين.	10
الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة : - قواسم عدد طبيعي. - القاسم المشترك الأكبر. - الكسور غير القابلة للاختزال.	10
المعالم : - إحداثيا شعاع في المستوي المزود بمعلم (قراءة وحساب). - المسافة بين نقطتين.	5
جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.	5
الدالة الخطية - الدالة التآلفية. **تطبيقات التناسبية :** - التمثيل البياني لدالة خطية و التناسبية. - النسبة المئوية.	20

المحور	عدد الساعات
المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.	5
الدوران، المضلعات المنتظمة، الزوايا : - صور أشكال، خواص. - الزاوية المحيطية والزاوية المركزية. - المضلعات المنتظمة.	20
الإحصاء : - السلاسل الإحصائية. - مؤشرات الموقع.	10
الهندسة في الفضاء : - الكرة والجُلة. - مساحة الكرة وحجم الجلة. - المقاطع المستوية للمجسمات المالوفة. - التكبير والتصغير.	15

يستحسن أن ينجز التوزيع السنوي على مستوى خلية الرياضيات للمؤسسة (أو مجموعة من المؤسسات أو المقاطعة) ويمكن الاعتماد عند الإنجاز على الإرشادات التالية :

- تنويع التوازيع من سنة إلى أخرى وإثراؤها.
- أخذ بعين الآعتبار نقط ضعف التوازيع السابقة.
- استعمال الوثيقة المرافقة.
- تعديل التوزيع.

بالنسبة إلى النموذج المقترح أعلاه، يبقى اقتراحا قابلا للتعديل سواء في تسلسل المحاور أو في تقدير الحجم الساعي لكل محور.

الإدماج

شكّلت مسألة تحويل المعارف لمدة طويلة إحدى انشغالات الباحثين في علوم التربية. إنّ دور المدرسة لا يتمثّل في تدريس أشياء لمطالبة المتعلمين بعد ذلك بإرجاعها كما هي، بل يتعلّق الأمر بمساعدتهم على استعمال مكتسباتهم في وضعيات

مدرسية أو غير مدرسية. في هذا الإطار تبرز أهمية الإدماج التي تسعى إلى التفكير في كيفيـــات اكتساب العارف في القسم وفي نفس الوقت في مسألة تحويل هذه المعارف.

يرتكز الإدماج على سيرورة تعلّم لا تقتصر فقط على اكتساب معارف ومهارات بل تهتم أيضا بتجنيد هذه المعارف والمهارات في وضعيات لها دلالة بالنسبة إلى التلميذ.

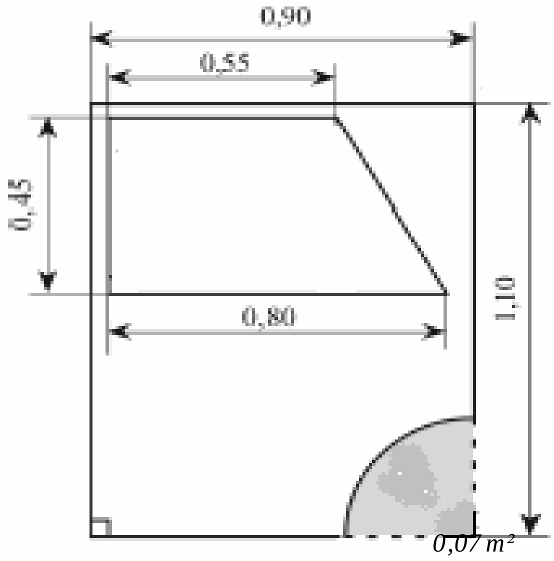
ما هي أهداف نشاطات الإدماج ؟

- تدريب التلميذ على استعمال عدّة معارف ومهارات في وضعية لغرض إعطاء معنى لهذه المعارف.
- جعل التلاميذ في وضعية مركبة، لها دلالة بالنسبة إليهم، تتطلّب تجنيد مجموعة من المعارف.

إنّ التحكّم في عناصر متشتتة لا يؤدي مباشرة إلى إمكانية استعمالها في وضعيات، فمعرفة قواعد استعمال لا تعني شيئا دون الاستعمال والتطبيق.

كيف يمكن تصوّر نشاطات إدماج في برنامج لا يرتكز على محتويات، لكن على كفاءات ؟

إنّ تخصيص "أسبوع للإدماج" قد يحوّل من طرف الأساتذة إلى أسبوع للمراجعة التقليدية، لذلك نقترح أيجاد أوقات منتظمة كلما كان بحوزته مجموعة من كفاءات قاعدية يمكن تجنيدها لحل وضعيات مركبة لها معنى بالنسبة إلى التلاميذ.



نموذج لوضعية إدماجية

الشّكل المقابل يمثّل الباب الخلفي لسيّارة يريد صاحبها إعادة طلاءه صباغتها، ويتكون هذا الباب من :

- جزء مصفح.
- زجاج.
- موضع العجلة.

(وحدة الأطوال هي المتر : m)

1. مثّل مخطط الزجاج بمقياس $\frac{1}{10}$.
2. قبل طلاء الباب، ينبغي وضع شريط تغطية. حول الزجاج. احسب، بالمتر، طول الشريط (تدور النتيجة إلى $0,01$).
3. نريد طلاء الباب. إذا كانت تغطية الطلاء المستعملة مقدرة بـــ $300\ g / m^2$، احسب بالغرامات كتلة الصباغة اللازمة.

I. شبكة التقويم

المعايير		المؤشرات
ترجمة سليمة للوضعية (م1)	السؤال 1	- إنجاز مخطط الزجاج. - استعمال المقياس لحساب الأطوال على المخطط. - إجراء التحويلات الضرورية. - استعمال متوازيات وأعمدة.
	السؤال 2	- اختيار مثلث قائم لحساب طول. - استعمال نظرية فيثاغورس لحساب طول. - حساب طول الشريط.
	السؤال 3	- تجزئة شكل إلى أشكال مألوفة بسيطة. - استعمال قواعد لحساب مساحات مختلف الأشكال. - تعيين مساحة الجزء المطلوب صبغه. - استعمال التناسبية لتعيين كتلة الصباغة.

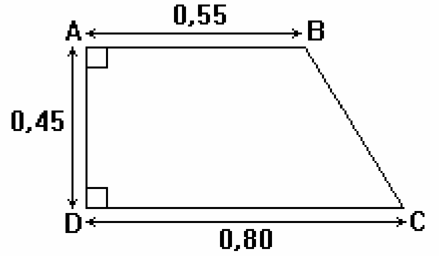
المعايير	المؤشرات
استعمال سليم للأدوات الرياضية (م2)	- الحسابات صحيحة حتى وإن كانت الخوارزميات المختارة ليست الجيدة. - المخطط صحيح حتى وإن كانت الأبعاد المحسوبة ليست الجيدة. - التحويلات صحيحة حتى وإن كانت الوحدات ليست الجيدة.
انسجام النتيجة (م3)	- المخطط يحترم شكل الزجاج. - تقديرات الأطوال محترمة. - وحدات القياس معطاة. - الأجوبة للأسئلة المطروحة منصوصة بوضوح بعد الحسابات.
تقديم الورقة (م4)	- الكتابة مقروءة. - لا يوجد شطب. - الأشكال نظيفة وواضحة. - النتائج النهائية ظاهرة بوضوح.

II. شبكة التصحيح

	السؤال 1	السؤال 2	السؤال 3
ك 1 6/	1. نقطة لمؤشرين ناجحين. 2. نقطتان لثلاثة مؤشرات أو أكثر. 2 /	1. نقطة لمؤشر ناجح. 2. نقطتان لمؤشرين أو أكثر. 2 /	1. نقطة لمؤشرين ناجحين. 2. نقطتان لثلاثة مؤشرات أو أكثر. 2 /
ك 2 6/	1. نقطة لمؤشر ناجح. 2. نقطتان لمؤشرين أو أكثر. 2 /	1. نقطة لمؤشر ناجح. 2. نقطتان لمؤشرين أو أكثر. 2 /	1. نقطة لمؤشر ناجح. 2. نقطتان لمؤشرين أو أكثر. 2 /
ك 3 2/	1. نقطة لمؤشر ناجح. 2. نقطتان لمؤشرين أو أكثر. 2 /	1. نقطة لمؤشر ناجح. 2. نقطتان لمؤشرين أو أكثر. 2 /	1. نقطة لمؤشر ناجح. 2. نقطتان لمؤشرين أو أكثر. 2 /
ك 4 2/			

III. اقتراح حلّ

1)- الزجاج له شكل شبه منحرف قائم، نسميه $ABCD$.

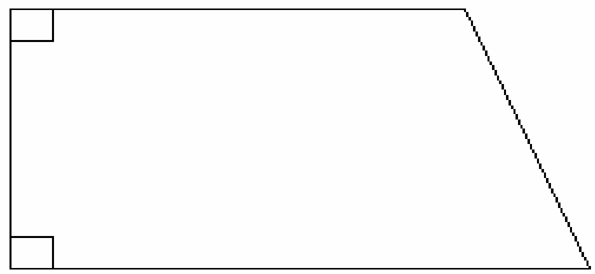


الأبعاد على المخطط هي :

$AB = 0,55 \times \frac{1}{10} = 0,055\,m = 5,5\,cm$ ؛ $AD = 0,45 \times \frac{1}{10} = 0,045\,m = 4,5\,cm$

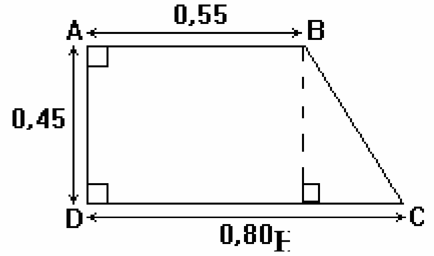
$DC = 0,80 \times \frac{1}{10} = 0,08\,m = 8\,cm$

باستعمال هذه الأبعاد والتعامد، نرسم مخطط الزجاج ونجد :



2)- لحساب طول الشريط، يكفي حساب محيط الزجاج. لذلك نحسب الطول الحقيقي BC .

نرسم النقطة H ، المسقط العمودي للنقطة B على (CD) ونحصل على الشكل الآتي :



في المثلث BHC القائم في H، لدينا حسب نظرية فيثاغورس : $BC^2+BH^2+HC^2$

منه $BC^2=0{,}45^2+(0{,}80-0{,}55)=0{,}45^2+0{,}25^2=0{,}265$

أي أنّ $BC=\sqrt{0{,}265}\approx 0{,}51m$

ويكون محيط الزجاج : $0{,}55+0{,}45+0{,}8+0{,}51=2{,}31$

طول الشريط هو $2{,}31m$.

3)- مساحة الجزء المطلوب صبغه هي مساحة المستطيل الذي طوله $1{,}10m$ وعرضه $0{,}90m$ منقوصة بمساحة الزجاج وموضع العجلة.

مساحة المستطيل :

$$A=L\times l=1{,}10\times 0{,}90=0{,}99$$

مساحة المستطيل هي $0{,}99m^2$.

مساحة الزجاج (الذي له شكل شبه منحرف قائم) :

$$A=\frac{1}{2}(B+b)\times h=\frac{1}{2}(0{,}80+0{,}55)\times 0{,}45=0{,}30$$

مساحة الزجاج هي $0{,}30m^2$.

منه مساحة الجزء المطلوب صبغه:

$$A=0{,}99-0{,}30-0{,}07=0{,}62$$

مساحة الجزء المطلوب صبغه هي $0{,}62m^2$.

4)- كتلة الصباغة : $0{,}62\times 300=186$

كتلة الصباغة هي $186\ g$.

ملاحظة :

يؤخذ بعين الاعتبار بالإجراءات الأخرى الصحيحة للتلاميذ.

IV. المعارف والمهارات المجندة لحلّ الوضعية

	المعارف و المهارات
السؤال 1	- معالجة مشكلة تناسبية (استعمال مقياس) - تحويل وحدة قياس الأطوال - رسم مستقيم مواز يمرّ من نقطة معينة - رسم مستقيم عمودي يمرّ من نقطة معينة - تصغير رسم
السؤال 2	- حساب طول في مثلث قائم - حساب مربع عدد - تعيين الجذر التربيعي لعدد - تعيين مدور نتيجة - حساب محيط شكل
السؤال 3	- حساب قيمة عبارة حرفية - حساب مساحة شكل مألوف - تعيين مدور نتيجة - معالجة مشكلة تناسبية

§ الكفاءات العرضية المجندة لحلّ الوضعية

- قراءة وفهم نصّ.
- اختيار استراتيجية.
- تنفيذ الاستراتيجية.
- تبرير الاستراتيجية.
- التحقق من الاستراتيجية.
- تبليغ الحلّ.

6- **التقويم** :

- **وظائف التقويم**

تقويم تشخيصي وتوجيهي

تحديد حالة (مستوى) تلميذ عند بداية تعلّم يتعلق الأمر بالتحقق من أن التلاميذ يمتلكون فعلا المعارف القبلية الضرورية للشروع في التعلّم الجديد.

تقويم تكويني

مراقبة مستوى الاكتساب أثناء أو بعد التعلّم يعتبر ذلك أداة لتشخيص صعوبات ونجاحات التلاميذ.

أثناء هذه التقويمات التي ينبغي أن تكون متكرّرة، تشكّل فترات هامة، تسمح للتلميذ من معرفة مستوى اكتسابه للمعارف كما تسمح للأستاذ باكتشاف أخطاء التلاميذ وصعوباتهم ويستغلّها في بناء نشاطات المعالجة والدعم.

تقويم تحصيلي وتصديقي

وضع حصيلة المكتسبات عندما يتأكد الأستاذ من أنّ التلاميذ تدربوا بما فيه الكفاية حول التعلمات الجديد، يقترح تقويما تحصيليا يبيّن من خلاله التلميذ على كفاءته في تجنيد المعارف المستهدفة لحلّ الوضعية المقترحة له.

في هذه الحالة، ليس هناك مجال للخطأ. ويترجم التقويم بعلامة أو يصادق بشهادة تمنح للتلميذ.

- **معايير التقويم**

إن التقويم في خدمة بيداغوجية النجاح. لا يكون الغرض هو انتقاء أحسن التلاميذ، بل هو مساعدة أكبر عدد ممكن من التلاميذ على بلوغ الأهداف المسطرة.

يتمثل التقويم في منظور المقاربة بالكفاءات في اقتراح وضعية إدماجية للتلميذ ثم دراسة إنتاجه عبر بعض المعايير التي تسمى **معايير التقويم** أو **معايير التصحيح**.

ينبغي أن تكون هذه المعايير:

- **قليلة**

في الرياضيات، مثلا، يمكن اختيار ثلاثة معايير أساسية، هي :

- **ترجمة سليمة للوضعية** : فهم المشكلة واختيار الأدوات الرياضية الوجيهة (العمليات، الخوارزميات، النظريات، طرائق الإنشاء الهندسي، ...).
- ***استعمال سليم للأدوات الرياضية*** : نتائج العمليات والخوارزميات المختارة صحيحة، تطبيق سليم للنظريات والخواص المختارة، الإنشاءات منجزة بشكل سليم، ...
- ***انسجام الإجابة*** : اختيار الوحدة، احترام التقدير، معقولية الإجابة، ...

هذه المعايير تكون بمثابة **معايير دنيا**، يمكن أن يضاف إليها معيار واحد أو اثنان (مثل تنظيم وتقديم ورقة الإجابة) والتي ستعتبر عندئذ **كمعايير للإتقان**.

- **مستقلة**

فلحلّ مشكلة مثلا، ينبغي أن يختار التلميذ معادلة (ترجمة سليمة للوضعية) وبالنسبة للمعيار الثاني، عليه أن يحلّ المعادلة المختارة بكيفية سليمة حتى ولو لم تكن هي المعادلة المطلوبة.

لتقويم التحكّم في كفاءة مستهدفة من قبل تلاميذ، يكون اللجوء إلى المعايير لوحدها صعبا وغير كاف، فتختار **مؤشرات** تسمح بأجرأة هذه المعايير. إذا كانت المعايير عامة ومجردة، فإنّ المؤشرات تكون قابلة للملاحظة وتسمح بوضع المعايير في سياق دقيق.

إنّ المقاربة بالكفاءات تفرض تقويما قائما أساسا على دراسة التحكم من قبل التلاميذ في الكفاءات المستهدفة، بمعنى قدرتهم على حلّ مشكلات في وضعيات مركبة لها دلالة. لكن ذلك لا يتناقض مع اقتراح، بالتوازي مع هذا التقويم، تقويم موارد التلميذ الرياضية بواسطة تمارين قصيرة ومباشرة (في شكل استجوابات كتابية أو شفهية).

أمثلة :

1) ABC مثلث قائم في A حيث $AB=4{,}5\,cm$ و $AC=6\,cm$.
احسب الطول BC .
2) انشر، بسّط ورتّب العبارة $E=(2x+1)^2-(2x+1)(x-3)$
3) حلّ المعادلة $3x+2=5x-7$
4) اكتب على الشكل $a\sqrt{5}$ العبارة $\sqrt{50}+4\sqrt{75}-\sqrt{5}$

ملاحظة هامة :

ينبغي ألا يشكل تقويم الموارد المذكور أعلاه أكثر من **25%** من التقويم الإجمالي.