الجمع المكرر و الجداء

*جمع العدد 3 مكررا 4 مرات و بالشكل الموجب يكتب على شكل **مجموع**: 3+3+3+3 (و هو شكل فيه عملية جمع فقط)

..أو على شكل **جداء** : 3x4 أو 4x3 (و هو شكل فيه عملية ضرب فقط)

*جمع العدد 3 مكررا 4 مرات و بالشكل السالب يكتب على شكل **مجموع** : 3-3-3-3- أو (3-)+(3-)+(3-)+(3-)

..أو على شكل **جداء**: 4x(3-) أو (3-)x4 أو 3x(4-)

*جمع العدد 3 مرة واحدة و بالشكل الموجب يكتب على شكل **مجموع** : 3+ أو 3

..أو على شكل **جداء** : 3x1 أو 1x3

*جمع العدد x مكررا 4 مرات و بالشكل الموجب يكتب على شكل **مجموع** : $x + x + x + x$

..أو على شكل **جداء** : $4\mathrm{x}x$ أو باختصار $4.\,x$ أو $4x$

*جمع العدد x مكررا 4 مرات و بالشكل السالب يكتب على شكل **مجموع** $(-x)+(-x)+(-x)+(-x)$
أو $-x-x-x-x$

..أو على شكل **جداء** : $4.(-x)$ أو $(-4).x$ باختصار $-4x$

*جمع العدد x مرة واحدة و بالشكل الموجب يكتب على شكل **مجموع** : x

..أو على شكل **جداء** : xx1 أو 1xx

*جمع العدد x مرة واحدة و بالشكل السالب يكتب على شكل **مجموع** : $-x$

..أو على شكل **جداء** : $(-x)$x1 أو (1-)xx أو 1x$(-x)$ أو $1.x$

نتائج : $\boxed{1.\,x = x}$; $\boxed{(-1).\,x = -x}$; $\boxed{0\mathrm{x}x = 0}$

<u>تطبيق</u> : حول الجداءات التالية إلى جمع مكرر $-2x^2 ; -4x ; 3x^2 ; (-4)\mathrm{x}3 ; 3\mathrm{x}2 ; 4\mathrm{x}5$

<u>تطبيق</u> : حول المجاميع التالية إلى جداءات:

$-x^3-x^3-x^3 ; x^2+x^2 ; 3x+2x ; x+x+x ; -x-x-x ; x+x ; -5-5 ; 4+4$

المجموع الجبرى

كل سلسلة من عمليات جمع أو طرح بين جموع مكررة تسمى مجموع جبرى . وكل جمع مكرر فى السلسلة يسمى حد

مثال : 7 - 8 + 6 x 4 + 5 x 3 – 9 مجموع جبري . حدوده هي : 9 و 5 x 3 و 6 x 4 و 8 و 7

ملاحظة : يفصل بين كل حدين عملية الجمع أو الطرح

مثال : $3x^2 + 5x + 2x - 5x^2 - 7$ ....مجموع جبري ، حدوده هى : $3x^2$ و $5x$ و $2x$ و $5x^2$ و 7

الحدان المتشابهان: الحدان المتشابهان فى المجموع الجبرى هما حدان لهما نفس القيمة المكررة(يكرران نفس القيمة)

مثال : $5x$ و $2x$ متشابهان   كذالك: 6 و 7 متشابهان   كذالك: $-5x^2$ و $3x^2$ متشابهان

مجموع حدين متشابهين : مجمو ع حدين متشابهين يساوى حد يشبههما و تكراره هو مجموع التكرارين (أي مجموع المعاملين)

مثال : $3x^2 + 2x^2 = 5x^2$; $3x^2 - 2x^2 = 1x^2 = x^2$; $-7x^3 - 6x^3 = -13x^3$; $7x^3 - 8x^3 = -1x^3 = -x^3$

$\frac{7}{2}x^2 + \frac{5}{4}x^2 = \frac{19}{4}x^2$ (استعمل الحاسبة: 19/4 =4 $a^{b/c}$ 5 + 2 $a^{b/c}$ 7) و إذا لم تظهر النتيجة ننقر على shift ثم على $a^{b/c}$

ملاحظة : لا يمكن جمع حدين غير متشابهين .

جداء حدين متشابهين أو غير متشابهين :

جداء حدين متشابهين أو غير متشابهين هو حد تكراره هو جداء التكرارين و قيمته المكررة هي جداء القيمتين المكررتين .

مثال : $3x^2 \times 2x^2 = 6x^4$; $3x^2 \times (-2)x^3 = -6x^5$

تطبيق : أحسب مايلى (يمكن استعمال الحاسبة و خاصة في الكسور)

$6x^2 - 9x^2$; $8x^3 - 6x^3$; $\frac{6}{5}x^2 + 4x^2$; $\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}x$; $7x \times \frac{2}{4}x$; $9x \times 7$; $10x \times 7x^2$

$4x^2 - 5x^2$; $\frac{6}{5}x - 6x$; $\frac{8}{7}x - \frac{16}{14}x$

تبسيط مجموع جبري

تبسيط مجموع جبرى معناه كتابته بأقل عدد ممكن من الحدود عن طريق جمع الحدود المتشابهة .

مثال : نبسط المجموع الجبرى : $3x^2 - 4x^3 + x^2 - 7 + 4$

لاحظ أن : $3x^2$ و x^2 متشابهان . -7 و 4 متشابهان . الحد $-4x^3$ ليس له شبيه.

إذن : $\underline{3x^2} - 4x^3 + \underline{x^2} - \underline{7} + \underline{4} = -4x^3 + 4x^2 - 3$

حيث : $\underline{3x^2} + \underline{x^2} = 4x^2$ و $-7 + 4 = -3$

تطبيق : بسط المجاميع الجبرية التالية

$2x^2 - 7x + 5 - x$; $9 - 8x + x^2$; $7 + \frac{5}{2}x - 6x$

$6 - \frac{4}{5}x^2 - 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 7$

تبسيط مجموع جبرى فيه أقواس

تبسيط مجموع جبرى فيه أقواس معناه كتابته بدون أقواس و بأقل عدد ممكن من الحدود

قاعدة حذف (نزع) الأقواس : نزع الأقواس معناه كتابة المجموع الجبرى بدون اقواس .

- حذف قوسين من مجموع جبرى يؤدى إلى تغيير إشارات الحدود التى كانت بين القوسين إذا كانت الإشارة السالبة تسبق القوسين (أي الحدود المكررة بالشكل الموجب تصبح مكررة بشكل سالب و الحدود المكررة بالشكل السالب تصبح مكررة بشكل موجب)
- حذف قوسين من مجموع جبرى يحافظ على إشارات الحدود التى كانت بين قوسين إذا كانت الإشارة الموجبة تسبق القوسين (أي الحدود المكررة بالشكل الموجب تبقى مكررة بالشكل الموجب و الحدود المكررة بالشكل السالب تبقى مكررة بالشكل السالب)

مثال : لنبسط المجموع الجبرى التالى الذى فيه أقواس : $(3x - 4) - (7x^2 - x + 5)$

أي نعيد كتابته بدون أقواس ثم نبسط الناتج .

$(3x - 4) - (7x^2 - x + 5) = 3x - 4 - 7x + x - 5$ ....نزع الأقواس .

$= -7x + 4x - 9$ .... التبسيط

ملاحظة: - عندما لا تسبق القوسين أية إشارة معناه هذه الإشارة موجبة .

- لتبسيط مجموع جبري فيه أقواس نبسط ما بداخل الأقواس ثم نحذف الأقواس و نواصل التبسيط أو نحذف الأقواس ثم نبسط .

تبسيط مجموع جبرى فيه أقواس مضاعفة(فيه أقواس صغيرة و أقواس كبيرة) :

لتبسيط مجموع جبرى فيه أقواس مضاعفة نبدأ بحذف الأقواس الصغيرة ثم الأقواس الكبيرة)

مثال : $3x - [2x - (6x + 5) - 9] = 3x - [2x - 6x - 5 - 9]$

$$= 3x - 2x + 6x + 5 + 9$$

$$= 7x + 14$$

ملاحظة : يمكن أن نبدأ بالأقواس الكبيرة ثم الصغيرة و لكن حذار من الخطأ

$$3x - [2x - (6x + 5) - 9] = 3x - 2x + (6x + 5) + 9$$

$$= 3x - 2x + 6x + 5 + 9$$

$$= 7x + 14$$

تطبيق : بسط المجاميع الجبرية التالية

$9 - [(6x - 7) + 5]$; $9 - (6x - 7) + 5$

$\frac{2}{5} + [8 - (6 - \frac{1}{2}x)]$; $\frac{3}{4}x - [6 - (x + 5) - (x - 3)]$

$[(2x - \frac{1}{2}) - 6] + [3 - (x + 4)]$; $2x^2 - (5 + 4x)$

القسمة الإقليدية

للتعبير عن قسمة 27 على 4 نكتب القسمة على شكل كسر $\frac{27}{4}$ أو على شكل $27 \,|\underline{\,4\,}$

أو على شكل مساواة : $27 = 4 \times 6 + 3$.

حيث : 6 هو حاصل القسمة و 4 هو القاسم و 3 هو باقي القسمة و العدد 27 هو المقسوم .

هذه القسمة تسمى القسمة الإقليدية .

لإجراء هذه القسمة بالحاسبة ننقر (من اليسار إلى اليمين) على مايلي :

$\boxed{27}\ \boxed{a^{b/c}}\ \boxed{4} = 6 \lrcorner 3 \lrcorner 4$.

ح ب ق

و الذي يعني أن قسمة 27 على 4 يعطي الحاصل 6 و الباقي 3 و 4 هو القاسم .

إذا كان مقام الكسر الأخير ليس القاسم الذي اخترناه وجب تحويل هذا الكسر إلى كسر مقامه هو القاسم المختار و إلا فإن الباقي الذي ظهر خاطىء .

تطبيق : باستعمال الحاسبة قم بالعمليات التالية واكتب المساواة التي تعبر عن كل قسمة .

$28 \,|\underline{\,4\,}$ $\quad 45 \,|\underline{\,6\,}$ $\quad 76 \,|\underline{\,7\,}$ $\quad 215 \,|\underline{\,4\,}$ $\quad 213 \,|\underline{\,24\,}$ $\;8,875$

الباقي هو الفرق بين المقسوم و(جداء القاسم في الجزء الصحيح للحاصل) $\mathcal{R} = 213 - 8 \times 24$ (الباقي)

ملاحظة: ليس كل مساواة تعبر عن القسمة الإقليدية :

مثال : $56 = 9 \times 5 + 11$ مساواة صحيحة و لكنها لا تعبر عن القسمة الإقليدية لأن قسمة 56 على 9 لا يعطي الحاصل 5 و لا الباقي 11 . و لاحظ أن الباقي أكبر من الحاصل و هذا مستحيل في القسمة الإقليدية .

ملاحظة : عملية القسمة نحل بها معادلات بسيطة فيها عملية الضرب . [أي كل معادلة بسيطة فيها ضرب حلها يكون بالقسمة]

مثال : حل المعادلة : $13 \times x = 26$.أي ماهو العدد الذي إذا ضرب بالعدد 13 نتحصل على 26 ؟
الجواب هو 2 . كيف ؟

لأن حل هذه المعادلة هو : $x = \frac{26}{13} = 2$

حل بعض المعادلات بالمراحل:

حل المعادلة $48 = (x+3) \times 12$ يمر بمرحلتين

مرحلة إيجاد: $x+3$

مرحلة إيجاد : قيمة x

من المعادلة $48 = (x+3) \times 12$ نستنتج أن $x+3 = \frac{48}{12}$

أي: $x+3 = 4$

مرحلة أولى

ومنه $x = 4 - 3$

أي : $x = 1$

مرحلة ثانية(مرحلة إيجاد الحل)

إذن العدد 1 هو حل للمعادلة $48 = (x+3) 12$.

القسمة التامة و القسمة الغير تامة

نقول عن قسمة إقليدية أنها تامة إذا كان باقيها معدوما .

مثال : قسمة 28 على 4 قسمة تامة لأن الباقي معدوم . و في هذه الحالة نقول :

28 يقبل القسمة على 4 أو 28 مضاعف 4 أو نقول :

4 يقسم العدد 28 أو 4 قاسم للعدد 28

و المساواة التي تترجم هذه القسمة هي : $28 = 4 \times 7$ و تسمى مساواة تامة

نتيجة : كل مساواة تامة يمكن أن نستخرج منها قسمتين تامتين

مثال : $28 = 4 \times 7$ هي مساواة تامة . يمكن أن نستخرج منها قسمتين تامتين هما :

$28 \,|\, \underline{4}$ & $28 \,|\, \underline{7}$

أي في المساواة التامة $28 = 4 \times 7$ لدينا
- 4 قاسم للعدد 28 أو 28 مضاعف 4
- 7 قاسم للعدد 28 أو 28 مضاعف 7

ملاحظة : في حالة القسمة التامة ، الحاسبة لا تعطي النتيجة بالرمز ⌋ بل تعطي النتيجة كاملة بدون علامة الكسر ⌋ .

تحويل قسمة غير تامة إلى قسمة تامة [أي تحويل مساواة غير تامة إلى مساواة تامة]

* نعلم أن القسمة الإقليدية للعدد 49 على 5 غير تامة لأنها تعطي الباقي 4 غير معدوم .

ولكن الفرق بين المقسوم و الباقي $(49 - 4)$ يعطي قسمة تامة على 5 .

نتيجة : إذا كان لدينا قسمة إقليدية غير تامة فإن الفرق بين المقسوم و الباقي يعطي قسمة تامة على نفس القاسم

مثال : المساواة $49 = 5 \times 9 + 4$ غير تامة . و لكن الفرق بين المقسوم و الباقي يعطي قسمة تامة أي : $49 - 4 = 5 \times 9$ أو $45 = 5 \times 9$

تطبيق : بعد تحويل كل مساواة إلى مساواة تامة جد قيمة x في كل حالة :

$24 = 5x + 4$; $215 = 3x + 2$; $\frac{6}{4} = 2x + \frac{1}{10}$

قواسم عدد طبيعي

لإيجاد مجموعة قواسم عدد طبيعي نكتب هذا العدد على شكل مساواة تامة بقسمته على *1* ثم على *2* ثم على *3* ثم ....بحيث كل مساواة تامة تعطى قاسمين نضعهما فى جانبين مختلفين داخل المجموعة إلى أن تنغلق المجموعة .

مثال : لنبحث عن قواسم العدد *8* أى $\mathcal{D}_8$ (*les diviseurs de 8*)

لدينا $8=1\times 8\ ;\ 8=2\times 4\ ;\ 8=3\times ???$

$$\mathcal{D}_8=\{\ 1\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 8\ \}$$

لنبحث عن قواسم العدد *36* أى $\mathcal{D}_{36}$

لدينا $36=1\times 36\ ;\ 36=2\times 18\ ;\ 36=3\times 12\ ;\ 36=4\times 9\ ;\ 36=6\times 6\ ;\ 36=7\times ?$

$$\mathcal{D}_{36}=\{\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 6\ ;\ 9\ ;\ 12\ ;\ 18\ ;\ 36\ \}$$

تطبيق : جـــــــد $\mathcal{D}_{10}$; $\mathcal{D}_6$; $\mathcal{D}_{12}$; $\mathcal{D}_{15}$; $\mathcal{D}_7$; $\mathcal{D}_9$; $\mathcal{D}_{14}$; $\mathcal{D}_5$;

تمارين – كتاب *4* متوسط – ص *17* رقم *1* ، *6* ، ص *18* رقم *5* ، *1* ، *2* ، *8*

- أكمل مايلى باستبدال النقط بإحدى الكلمتين :"مضاعف " أو "قاسم لـ "

14......3 ، *3.........9* ، *76.......1* ، *55 ....550*

- انقل و اكمل بصحيح أو خاطئ مايلى :*1* يقسم *0*.......، *3* يقسم *15* .....، *0* يقسم *15* ......، *9* قابل القسمة على *4*.....

12 قاسم *16* ......، *27* قابل القسمة على *9* .....، *14* يقسم *14* ....، *17* مضاعف *17* ....، *5* يقسم *35* .....، *35* مضاعف *5*.......

- أوجد جميع قواسم كل من الأعداد : *36* ، *56* ، *24* .استنتج القواسم المشتركة للأعداد *24* و *56* و *36* .

- بدل النقط بأرقام حتى يقبل كل عدد من الاعداد الاتية القسمة على *3* و على *5* فى ان واحد .

1285 . ، *784 .* ، *38.* ، *31.*

- ماهو الرقم الذى يكمل العدد 0 . *3* حتى يقبل القسمة على *9* ؟
- ماهو الرقم الذى يكمل العدد *7 . 12* حتى يقبل القسمة على *9* ؟
- x و y عددان طبيعيان بحيث : $432x=264y$
  أحسب الكسر $\frac{x}{y}$
- أحسب العدد الطبيعي x فى كل حالة :

$12(36-2x)=144\ ;\ 4(x+2)=48\ ;\ 3(x-1)=120\ ;\ 3x=18\ ;\ 84:14=x\ ;\ 87:x=3$

البحث عن القاسم المشترك الأكبر $pgcd$ لعددين أو لعدة أعداد .

يمكن أن نجد القاسم المشترك الأكبر لعددين بعدة طرق :

طريقة القواسم (تستعمل للأمثلة البسيطة)

مثال: قواسم 36 هي $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36\}$

قواسم 54 هي $\{1 ;2 ;3 ;6 ;9 ;18 ;27 ;54\}$

القواسم المشتركة للعددين هي $\{1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18\}$

القاسم المشترك الأكبر $pgcd$ للعددين 36 و 54 هو 18 و نكتب: $\boxed{pgcd\,(36 ; 54) = 18}$

نتائج: $pgcd(a ; 1) = 1$; $pgcd(a ; a) = a\ (a \neq 0)$;

$pgcd(a ; b) = a$ (a مضاعف b)

طريقة القسمة الإقليدية (أو خوارزمية القسمة) :

نقسم العدد الكبير على العدد الصغير. إذا كانت القسمة تامة فإن هذا العدد الصغير هو القاسم المشترك الأكبر و إلا فإننا نواصل القسمة بحيث يتحول كل قاســم إلى مـــقسوم و كل بـــاق إلى قـــا سم في كل عملية موالية. وآخر باق غير معدوم هو القاسم المشترك الأكبر.

لنبحث عن Pgcd (216 ; 120)

نقسم العدد الكبير على العدد الصغير فنحصل على

$$\begin{array}{r|l} 216 & 120 \\ \hline 96 & 1 \end{array}$$

أي $216 = 120 \times 1 + 96$

ونواصل القسمة بحيث **يتحول كل قاســم إلى مـــقسوم و كل بـــاق إلى قـــا سم في كل عملية موالية**

فنحصل على

$$\begin{array}{r|l} 120 & 96 \\ \hline \boxed{24} & 1 \end{array}$$

أي $120 = 96 \times 1 + 24$

ونواصل بحيث **يتحول كل قاســم إلى مـــقسوم و كل بـــاق إلى قـــا سم في كل عملية موالية**

فنحصل على

$$\begin{array}{r|l} 96 & 24 \\ \hline 0 & 4 \end{array}$$

أي $96 = 24 \times 4 + 0$

إذن pgcd(216 ; 120) =24 لأن آخر باق غير معدوم هو 24

<u>طريقة الطرح</u> : نعتمد على القاعدة :

القاسم المشترك الأكبر لعددين يساوى القاسم المشترك الأكبر بين العدد الصغير و فرقهما .

أى : $pgcd(a ; b) = pgcd(a ; b - a)$ حيث a و b عددان طبيعيان و $b > a$

مثال: لنبحث عن $pgcd(54 ; 36)$

$$Pgcd(54 ; 36) = Pgcd(36 ; 18) = Pgcd(18 ; 18) = \boxed{18}$$

مثال: لنبحث عن $pgcd(120 ; 216)$

$$Pgcd(216 ; 120) = Pgcd(120 ; 96) = Pgcd(96 ; 24) = Pgcd(24 ; 72) = Pgcd(24 ; 48)$$

$$= Pgcd(24 ; 24) = \boxed{24}$$

البحث عن القاسم المشترك الأكبر بواسطة الحاسبة :

لإيجاد (pgcd (A ; B نختزل الكسر $\frac{A}{B}$ أو $\frac{B}{A}$ (أي نحسب الحاصل و نحوله إلى كسر) ونتحصل على كسر جديد $\frac{a}{b}$ أو $\frac{b}{a}$. و القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B هو حاصل قسمة البسط الأصلي على البسط الجديد أو هو حاصل قسمة المقام الأصلي على المقام الجديد

مثال :لنبحث عن (PGCD(216 ; 120

نختزل الكسر $\frac{216}{120}$ و نجد $\frac{9}{5}$ بالطريقة: $\boxed{216}$ $\boxed{a^{b/c}}$ $\boxed{120}$ $\boxed{=}$ $\boxed{9 \lrcorner 5}$

إذن $pgcd(216 ; 120) = \frac{216}{9} = 24$ أو $pgcd(216 ; 120) = \frac{120}{5} = 24$

تطبيق : باستعمال الحاسبة جـــد :

Pgcd(144 ; 288) ; Pgcd(96 ; 120) ; Pgcd(135 ; 60) ; Pgcd(126 ; 18) ; Pgcd(120 ; 36)

الحل : لنحسب الحاصل $\frac{120}{36}$ بالحاسبة فنجد 3 ـ1 ـ3 أي : $\frac{1}{3} + 3$ ثم ننقر على $\boxed{shift}$ ثم على $\boxed{a^{b/c}}$ فتظهر النتيجة على شكل كسر $\boxed{10 \lrcorner 3}$ أي $\frac{10}{3}$ و منه $\frac{120}{3} = \frac{10}{3}$

إذن : $pgcd(120 ; 36) = \frac{36}{3} = 12$ أو $pgcd(120 ; 36) = \frac{120}{10} = 12$

الضرب المكرر :

* تكرار العدد 5 ثلاثة مرات بالضرب يكتب :

على شكل جداء : 5x5x5

أو على شكل قوة : 5^3 و يقرأ : 5 أس 3 .

5 أساس القوة

3 أس القوة

* تكرار العدد (5-) ثلاثة مرات بالضرب يكتب :

على شكل جداء : (-5)x(-5)x(-5)

أو على شكل قوة : $(-5)^3$ و يقرأ : 5- أس 3 .

(5-) أساس القوة

3 أس القوة

أي : $5^3 = 5 \times 5 \times 5$ و $(-5)^3 = (-5)(-5)(-5)$

* تكرار العدد x أربعة مرات بالضرب و بالشكل الموجب يكتب :

على شكل جداء : $x \times x \times x \times x$ أو على شكل قوة : x^4 أي $x^4 = x \times x \times x \times x$

* تكرار العدد x أربعة مرات بالضرب و بالشكل السالب يكتب :

على شكل جداء : $(-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x)$

أو على شكل قوة : $(-x)^4$ أي $(-x)^4 = (-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x)$

* تكرار العدد x مرة واحدة بالضرب و بالشكل الموجب يكتب :

على شكل جداء : x أو على شكل قوة : x^1 اي : $x^1 = x$

* تكرار العدد x مرة واحدة بالضرب و بالشكل السالب يكتب :

على شكل جداء : $-x$ أو على شكل قوة : $(-x)^1$ اي : $(-x)^1 = -x$

ملاحظة : القوة التى أسها غير مكتوب معناه أسها 1

تطبيق: حول الجداءات التالية إلى قوى 6x6 ; 5x5x5 ; (-4)(-4)(-4) ; $\left(\frac{-5}{7}\right)\left(\frac{-5}{7}\right)$; (-9)(-9)

حول القوى التالية إلى جداءات مكررة : 2^2 ; 2^3 ; $(-3)^4$; $(-4)^2$; $(-6)^3$; $\left(\frac{7}{3}\right)^4$; $\left(\frac{-6}{7}\right)^2$

حساب القوة :

لحساب القوة نحولها إلى جداء مكرر و نحسب الجداء .

- لحساب القوة بالحاسبة ننقر على العدد ثم على $\boxed{x^y}$ و على عدد مرات التكرار . أي

- لحساب القوة بالحاسبة ننقر على الأساس ثم على $\boxed{x^y}$ ثم على الأس .

مثال :لحساب $(-3)^4$ نتبع مايلي : $\boxed{(-3)}\ \boxed{x^y}\ \boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{81}$ أي $(-3)^4 = 81$

ملاحظات : * تكرار العدد مرتين بالضرب يعطى نتيجة موجبة دوما .

* تكرار العدد ثلاثة مرات بالضرب يعطى نتيجة موجبة أو سالبة حسب الأساس

* تكرار العدد أربعة مرات بالضرب يعطى نتيجة موجبة دوما .

نتيجة : كل قوة أسها زوجي تعطى نتيجة موجبة دوما

مثال: $(-3)^4$ نتيجتها موجبة; $(-3)^5$ نتيجتها سالبة ; $(-5)^2$ نتيجتها موجبة ; 3^5 نتيجتها موجبة

تطبيق : باستعمال الحاسبة أحسب القوى التالية: $(-4)^3$; $(-1)^2$; $(-1)^3$; $(-1)^4$; 7^2 ; $(\frac{2}{3})^3$

$(\frac{-3}{5})^2$; $(\frac{6}{9})^2$

جداء قوتين

يمكن تحويل جداء قوتين إلى قوة واحدة إذا كان لهما نفس الأساس أو نفس الأس .

تحويل قوتين لهما نفس الأساس:

$(-4)^2 \times (-4)^3 = (-4)^5$

نحافظ على الأساس و نجمع الأس

$(-4)^2 \times (-4)^{-5} = (-4)^{-3}$

تحويل قوتين لهما نفس الأس:

$(-4)^3 \times 5^3 = [(-4)\times 5]^3 = (-20)^3$

نحافظ على الأس و نضرب الأساسين

$(-4)^{-3} \times 5^{-3} = [(-4)\times 5]^{-3} = (-20)^{-3}$

القوة المضاعفة: هى القوة المرفوعة إلى أسين. ويمكن تحويلها إلى قوة تحمل نفس الأساس وأس هو جداء الأسين .مثال $[(-5)^{-2}]^3 = (-5)^{-6}$

تطبيق : حول مايلى إلى قوة واحدة :

$\left(\frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$; $4^2 \times (-7)^2$; $(-2)^3 \times (-2)^3$; $5^2 \times 5^{-3}$; 4×4^2

جمع و طرح قوتين

لايمكن جمع أو طرح قوتين إلا إذا كانتا متشابهتان .

مثال : $x^2 + x^3 = ??$ لا يمكن الجمع

$x^2 - x^3 = ???$ لا يمكن الطرح

$x^3 + x^3 = 2x^3$ ممكن لأنهما متشابهان

$2x^3 - 5x^3 = -3x^3$ ممكن لأنهما متشابهان

تطبيق : حول مايلى إلى قوة واحدة إن أمكن :

$x^3 \times x^3$; $16x^2 - x$; $3x^2 + 2x^2$; x^2y^2 ; $x^3 \times x$; $x^2 + x^3$; $x^2 \times x^3$

جداء حدين :

لحساب جداء حدين نضرب معاملي التكرار و القيمتين المكررتين .

مثال : $5x \times 3y = 15xy$; $(-21) \times 3x^2 = -6x^3$

نتيجة : جداء حدين مكررين بشكل مختلف هو حد مكرر بشكل سالب .   جداء حدين مكررين بنفس الشكل هو حد مكرر بشكل موجب .

مثال : $-4x.3y = -12xy$; $2x.3y = 6xy$; $(-5)x.(-7)y = 35xy$

حذار : مجموع حدين مكررين بشكل مختلف و لنفس القيمة هو حد معدوم .أما الجداء فلا يعطى حدا معدوما .

مثال : $-3x + 3x = 0$; $-3x.3x = -9x^2$; $7x^2 - 7x^2 = 0$; $7x.(-7x) = -49x^2$

جداء حد في مجموع جبري

لضرب حد في مجموع جبري نضرب هذا الحد في كل حد من حدود المجموع الجبري و نجمع النتائج .

مثال : نضرب الحد $3x$ فى المجموع الجبرى : $7x - 6 + 2y$ أى : $3x(7x - 6 + 2y)$

$$3x(7x - 6 + 2y) = 21x^2 - 18x + 6xy$$

كذالك : $-2x(9x - 5) = -18x^2 + 10x$

جداء مجموع جبرى فى مجموع جبرى

لضرب مجموع جبرى فى مجموع جبرى نضرب كل حد من أحدهما فى كل من حدود المجموع الجبرى الاخر و نجمع النتائج .

مثال : $(3x - 4)(7x - 6) = 3x(7x - 6) - 4(7x - 6) = 21x^2 - 18x - 28x + 24$

$$(2x^2 + 5)(x - 8) = 2x^2(x - 8) + 5(x - 8) = 2x^3 - 16x^2 + 5x - 40$$

$$(9 - 2x)(x - 4) = 9(x - 4) - 2x(x - 4) = 9x - 36 - 2x^2 + 8x = -2x^2 + 17x - 36$$

$$(-3 - 4x)(x - 5) = -3x + 15 - 4x^2 + 20x = -4x^2 + 17x + 15$$

$$\left(\frac{3}{2}x - 5\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2}x\left(x + \frac{1}{4}\right) - 5\left(x + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{8}x - 5x - \frac{5}{4} = \frac{3}{2}x^2 - \frac{37}{8}x - \frac{5}{4}$$

الانتقال من شكل جداء إلى شكل مجموع جبرى يسمى "النشــــر"   أنشر : معناه : حول الجداء إلى مجموع جبرى .

الجداءات الخاصة

مجموع الحدين $5x$ و -4 يكتب على شكل $5x+(-4)$ او على شكل مبسط : $5x-4$

و مربعه يكتب على شكل : $(5x-4)(5x-4)$ أو $(5x-4)^2$

مربع مجموع حدين: الجداء المكرر مرتين لمجموع حدين يساوى مربع الحد الأول (نكرر الحد الأول مرتين بالضرب) + مربع الحد الثانى (نكرر الحد الثانى مرتين بالضرب) + ضعف جداء الحدين .

مثال: $(5x-4)(5x-4)=(5x-4)^2=\underbrace{(5x)^2}_{\text{مربع الحد الأول}}+\underbrace{(-4)^2}_{\text{مربع الحد الثانى}}+\underbrace{2(5x)(-4)}_{\text{ضعف جداء الحدين}}$

$$=25x^2+16-40x$$

كذالك : مربع مجموع الحدين $-7x$ و -3 يكتب على شكل : $(-7x-3)(-7x-3)$ أو $(-7x-3)^2$

و نشره هو : $(-7x-3)^2=(-7x)^2+(-3)^2+2(-7x)(-3)=49x^2+9+42x$

جداء مجموع وفرق نفس الحدين (جداء مترافقين)

لنأخذ الحدين $5x$ و 3 حيث : مجموعهما هو : $5x+3$ و فرقهما هو $5x-3$ (أي العبارتان $(5x+3)$ و $(5x-3)$ مترافقتان) و جداء مجموعهما و فرقهما يكتب على شكل :

$(5x+3).(5x-3)$ و نشر هذا الجداء هو: فرق مربعى الحدين .

$$(5x+3)(5x-3)=(5x)^2-(3)^2=25x^2-9$$

كذالك : $(-7x-3)(-7x+3)=(-7x)^2-(3)^2=49x^2-9$

ملاحظة : يمكن أن نستعمل الطريقة العامة في كل الحالات، حتى في الحالات الخاصة .

الجذر التربيعي

مربع العدد 3 يكتب $(3)^2$ و قيمته هي 9 و نكتب $3^2=9$. وبالقراءة العكسية نقول: الجذر التربيعي للعدد9 هو الجذر التربيعي للعدد 3^2 و قيمته هي : 3 و نكتب بالرمز $\sqrt{3^2}=3$ $\sqrt{9}=$

نتيجة : $\sqrt{9}=3$ معناه : $9=3^2$

تطبيق :

ماهو مربع 1 ؟ مربع2؟مربع3؟مربع4؟مربع5؟مربع6؟مربع7؟مربع8؟مربع9؟مربع10؟مربع11؟مربع12؟مربع13؟

جد : $\sqrt{1}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{16}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{36}$; $\sqrt{49}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt{100}$; $\sqrt{121}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{169}$.

ملاحظة:

الاعداد 1 ، 4 ، 9 ، 16 ، 25 ، 36 ، 49 ، 64 ، 81 ، 100 ، 121 ، 144 ، 169 .....تسمى : مربعات كاملة

نتيجة : كل مربع كامل له جذر تربيعي تام .وكل عدد ليس مربعا كاملا جذره التربيعي غير تام بل مقرب

ملاحظة : العدد السالب ليس له جذر تربيعي لأنه لايوجد عدد مربعه سالب .

الكتابة : $\sqrt{-9}$ خاطئة و لكن $-\sqrt{9}$ صحيحة

ملاحظة : الجذر التربيعي نتيجته دائما موجبة .(الجذر التربيعي لا ينتج عددا سالبا و لا يضم عددا سالبا)

نتيجة : إذا كان a عددا موجبا فان $\sqrt{a^2}=a$

انتبه $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{(3)^2} = 3$ **لأن :** $(-3)^2=(3)^2$

ولانكتب : $\sqrt{(-3)^2}$ = -3

تطبيق : **أكتب جدول الضرب للمربعات الكاملة الأصغر من 14 . مثال جدول الضرب 16 هو**

16x10=160 ; 16x9=.... ;16x8=... ; 16x7 =.... ; 16x6 = 96 ; 16x5=80 ; 16x4=64 ....

العمليات بين الجذور التربيعية

الضرب : الجذر التربيعي لجداء عددين يساوى جداء الجذرين $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

القسمة : الجذر التربيعي لحاصل قسمة عددين يساوى حاصل الجذرين $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

الجمع و الطرح : الجذر التربيعي لمجموع أو فرق عددين لايساوى مجموع أو فرق الجذرين .

$\sqrt{a \mp b} \neq \sqrt{a} \mp \sqrt{b}$

تطبيق : حول مايلي إلى جذر تربيعي واحد .

$\sqrt{7} \times \sqrt{2}$; $\sqrt{9} \times \sqrt{3}$; $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$; $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

$\sqrt{\frac{5}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}}$; $\sqrt{\frac{7}{5}} \times \sqrt{\frac{3}{14}}$

نتيجة : إذاكان a موجبا فان a $= \sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a}$

مثال: $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

تمارين ص35 رقم 13 ، 14 ، 15 :

أحسب الجداءات التالية $\sqrt{8} \times \sqrt{18}$; $\sqrt{63} \times \sqrt{7}$; $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{9}}$; $6 \times \sqrt{72} \times \sqrt{50}$

$\sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{11}} \times \sqrt{2}$

بسط مايلي $\sqrt{\frac{12}{25}}$; $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{5}{6}}$; $5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$; $-\frac{1}{9} \times \sqrt{\frac{81}{64}}$; $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{\frac{8}{9}} \times \sqrt{\frac{3}{4}}$

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} \times \sqrt{\frac{10}{7}}$; $\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{6} \times \sqrt{10}}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times 2\frac{\sqrt{5}}{3}$

أحسب مايلي $\frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{6}}$; $3(\sqrt{2})^2$; $(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}})^2$; $-(\sqrt{7})^2$; $\frac{\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2}$; $3(\sqrt{6})^2$; $-2(\sqrt{5})^2$

$(-2\sqrt{5})^2$; $\frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{6^2}}$

تبسيط الجذر التربيعي

تبسيط الجذر التربيعي معناه كتابته على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد حقيقي ناطق و b ليس مربعا كاملا
($\sqrt{b}$ حاف أي لا وجود لجذر تربيعي تام)

مثال : $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ كتبنا 8 على شكل جداء عاملين أحدهما على الأقل مربع كامل

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

تطبيق : أكتب الأعداد التالية على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان و b أصغر عدد ممكن

$$\sqrt{175} ; \quad \sqrt{63} ; \quad \sqrt{18} ; \quad \sqrt{20} ; \quad \frac{2\sqrt{27}}{3} ; \quad \sqrt{5^2 \times 7 \times 2^2}$$

$$\sqrt{3^2 \times 10}$$

*) $a ; b$ عددان حقيقيان موجبان .بسط مايلي

$$\sqrt{4a^2b} \quad ; \quad \sqrt{2a^2b} \quad ; \quad \sqrt{5^2(a+b)^2} \quad ; \quad \sqrt{36ab^2}$$

*) بسط العبارات التالية: $A = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$; $B = -6\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

$C = 9\sqrt{2} - 14\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 21\sqrt{7}$; $D = \sqrt{54} - \sqrt{6} + \sqrt{24}$

$E = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{80} - 3\sqrt{5}$; $F = \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{\sqrt{75}}{6} + \frac{\sqrt{8}}{15}$

$H = 6\sqrt{\frac{72}{9}} + 15\sqrt{\frac{18}{25}} - 14\sqrt{\frac{8}{49}}$; $G = 5\sqrt{12} - 4\sqrt{12} - \sqrt{12}$

كتابة كسر بمقام ناطق

كتابة الكسر بمقام ناطق معناه تحويله إلى كسر مقامه خال من الجذر التربيعى .

مرافق عدد حقيقي : مرافق العدد $1+\sqrt{5}$ هو $1-\sqrt{5}$. مرافق العدد $-2+\sqrt{5}$ هو $-2-\sqrt{5}$

مرافق العدد $9-\sqrt{2}$ هو $9+\sqrt{2}$. مرافق العدد $\sqrt{5}$ هو $\sqrt{5}$

لتحويل كسر مقامه فيه جذر تربيعي إلى كسر مقامه خال من الجذر التربيعى نضرب البسط و المقام فى مرافق المقام .

مثال : نكتب $\frac{3}{\sqrt{7}}$ بمقام ناطق $\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}=\frac{3}{7}\sqrt{7}$

نكتب $\frac{4}{2+\sqrt{7}}$ بمقام ناطق .

$$\frac{4}{2+\sqrt{7}}=\frac{4(2-\sqrt{7})}{(2+\sqrt{7})(2-\sqrt{7})}=\frac{8-4\sqrt{7}}{4-7}=\frac{8-4\sqrt{7}}{-3}$$

حيث : $(2+\sqrt{7})(2-\sqrt{7})=2(2-\sqrt{7})+\sqrt{7}(2-\sqrt{7})=4-2\sqrt{7}+2\sqrt{7}-7=4-7$

نكتب $\frac{3+\sqrt{2}}{-4+\sqrt{2}}$ بمقام ناطق .

$$\frac{3+\sqrt{2}}{-4+\sqrt{2}}=\frac{(3+\sqrt{2})(-4-\sqrt{2})}{(-4+\sqrt{2})(-4-\sqrt{2})}=\frac{-12-3\sqrt{2}-4\sqrt{2}-2}{16+4\sqrt{2}-4\sqrt{2}-2}=\frac{-14-7\sqrt{2}}{16-2}=\frac{-14-7\sqrt{2}}{14}$$

العبارة الجبرية

تذكير :الأولوية فى الحساب تكون لـــ: ما بداخل الأقواس ثم القوى ثم للضرب أو القسمة حسب التسلسل ثم أخيرا للجمع أو الطرح حسب التسلسل

العبارة الجبرية هى كل سلسلة من العمليات بين أعداد معلومة أو مجهولة .

مثال : $3X(5 -7) +4$ عبارة جبرية

$2\,x - (3\,x^2 - 1\,)X5 - 6$ عبارة جبرية

حساب عبارة جبرية : لحساب عبارة جبرية نطبق الأولوية فى الحساب .

- فى حالة عبارة ذات قيم معلومة :

$$3X(5 -7) +4 = 3X(-2) +4 =(- 6) + 4 = -2$$

- فى حالة عبارة ذات قيم مجهولة : نرمز للعبارة $2\,x - (3\,x^2 - 1\,)X5 - 6$ بالرمز A أى : $A = 2\,x - (3\,x^2 - 1)X5 - 6$ ثم يمكن أن نحسب A من أجل أية قيمة للعدد x

مثلا : لنحسب A من أجل $x = -4$

$A = 2X(-4) - [\,3X(-4)^2 - 1\,]X5 - 6 = 2X(-4) - [3X16 - 1\,]X5 - 6 = 2X(-4) - (48 - 1\,)X5 - 6 = 2X(-4) - 47X5 - 6 = (-8) - 235 - 6$

$= (-8) +(-235)+(-6)$

$= -249$

تطبيق : أحسب العبارات الجبرية التالية

$D = 10 - (\frac{4}{5} + \frac{1}{3})X6$; $C = (3 - \frac{4}{5}).(\frac{6}{4} + \frac{1}{2})$; $B = \frac{9}{2} - 4x\frac{5}{6} + 3$; $A = (-4 -9\,)x3 -6x5$

تطبيق : أحسب العبارات الجبرية التالية من أجل $x = 2$

$D = (\,x - \frac{4}{5}).(\frac{6}{4} + \frac{1}{2}x)$; $C = 10x - (\frac{4}{7} + \frac{1}{3}x)X6$; $B = (\,-4 - 9x\,)X13 - 6x$; $A = \frac{9}{2}\,x - 4x\frac{5}{6} + 3x$

$E = (x - 9\,)X3 - 6x$; $F = \frac{9}{2}x^2\ \frac{5}{6}x + 3$; $H = (\,x - \frac{4}{5}).(\frac{6}{4} + \frac{1}{2}x)$; $G = 10x - (\frac{4}{7} + x\,)\,X6$

عبارة المجموع الجبرى و عبارة الجداء :

نتعرف على عبارة أنها **مجموع جبرى** إذا كان آخر عملية حسابية فيها قبل كتابة النتيجة هى الجمع أو الطرح .
نتعرف على عبارة أنها **جداء** إذا كان آخر حساب فيها قبل كتابة النتيجة هي الضرب .

مثال : 13X5 - 9X6 مجموع جبرى يتكون من حدين هما (13X5) و (9X6)

(3X(5 – 7 جداء يتكون من عاملين هما : 3 و (5-7)

3X5 – 7 مجموع جبرى يتكون من حدين هما 3X5 و 7

$3\mathcal{X}.(\mathcal{X}-1)+5$ X2 مجموع جبرى يتكون من حدين هما : $3\mathcal{X}.(\mathcal{X}-1)$ و 5 X2

ملاحظة : يفصل بين كل حدين عملية الجمع أو الطرح ———— يفصل بين كل عاملين عملية الضرب

أى : المجموع الجبرى هو سلسلة من عمليات جمع أو طرح ——— الجداء هو سلسلة من عمليات الضرب

تطبيق : أذكر العبارات التي لها شكل مجموع جبري و التي لها شكل جداء .

$16x(7-5)$; $16x7-5$; $(3-5x).(7-x^2)$; $3-5x.(7-x^2)$; $7.(9-\frac{1}{2}x)$; $7-(9-\frac{1}{2}x)$; $6-4.(5+9)$; $3.(5-x)-7$

تطبيق : أذكرفى كل حالة شكل العبارة الجبرية و احسبها من أجل $\mathcal{X}=-2$

$F=(x-1).x^2-5$; $E=x-(x^2-5)$; $D=(x-1).(x^2-5)$; $C=(5-3x)+7$; $B=(5-3x)$x4 ; $A=5-(3x-4)$

التحليل

التحليل هوتحويل جمع مكرر إلى جداء : أي هو تحويل مجموع جبرى إلى جداء.

قاعدة : **لتحليل مجموع جبرى نستخرج القيمة المكررة المشتركة بين الحدود و نكتبها خارج القوسين من اليمين أو اليسار مضروبة فيما تبقى من الحدود .**

مثال : $\underbrace{3 + 3 + 3 + 3}_{\text{جمع مكرر}}=\underbrace{4x3}_{\text{جداء}}$; $\underbrace{7x3 - 5x3 + 2x3}_{\text{مجموع جبرى}} = \underbrace{(7 - 5 + 2)x3}_{\text{جداء}} = \underbrace{4x3}_{\text{جداء مبسط}}$

ملاحظة : تبسيط جداء معناه تبسيط عوامله مع الحفاظ على شكل الجداء .

مثال : لاحظ المجموع الجبرى $2x4 – 5x4 – 7x 4$ الذى فيه ثلاثة حدود .وكل حد يكرر القيمة 4 .أى هذه الحدود متشابهة ومنه:

$\underbrace{2x4 – 5x4 - 7x4}_{\text{مجموع جبرى}} =\underbrace{4x(2-5-7)}_{\text{جداء}}=\underbrace{4x(-10)}_{\text{جداء مبسط}}$ أو $\underbrace{2x4 – 5x4 - 7x4}_{\text{مجموع جبرى}} = \underbrace{(2-5-7)x4}_{\text{جداء}}= \underbrace{(-10)x4}_{\text{جداء مبسط}}$

مثال : لنأخذ القيمة x و نكررها 4 مرات جمعا و بالشكل الموجب و 5 مرات بالشكل السالب و7 مرات بالشكل الموجب فنحصل على : مجموع جبرى $4x - 5x + 7x$ أو على جداء $(4 - 5 + 7) \times x$ أو $x \times (4 – 5 + 7)$

أى : $\underbrace{4x - 5x + 7x}_{\text{مجموع جبرى}} = \underbrace{(4 - 5 + 7) \times x}_{\text{جداء}} = \underbrace{6x}_{\text{جداء مبسط}}$

مثال : : لنأخذ القيمة $(x–3)$ و نكررها 4 مرات جمعا و بالشكل الموجب و 5 مرات بالشكل السالب و7 مرات بالشكل الموجب فنحصل على : مجموع جبرى $4(x–3) – 5(x–3) + 7.(x–3)$ أو على جداء $(4 - 5 + 7) \times (x-3)$

أو $(x-3) \times (4 – 5 + 7)$

أى : $\underbrace{4(x-3) – 5(x-3) + 7.(x-3)}_{\text{مجموع جبرى}} = \underbrace{(4 - 5 + 7) \times (x- 3)}_{\text{جداء}} = \underbrace{6.(x - 3)}_{\text{جداء مبسط}}$

مثال : لنأخذ القيمة $(x-3)$ و نكررها بالجمع $2x$ مرة و بالشكل الموجب و 4 مرات بالشكل السالب فنحصل على : مجموع جبرى $2x.(x-3) – 4(x-3)$ أو على جداء $(2x - 4) \times (x-3)$ أو $(x-3) \times (2x – 4)$

أى : $\underbrace{2x.(x-3) - 4(x-3)}_{\text{مجموع جبرى}} = \underbrace{(x-3) \times (2x – 4)}_{\text{جداء مبسط}}$

مثال : حلل: معناه حول مجموع جبرى إلى جداء

$$3x.(x-\frac{1}{2})-(7+x)(x-\frac{1}{2})-(x-\frac{1}{2})^2 = (x-\frac{1}{2}).[3x-(7+x)-(x-\frac{1}{2})]$$

استخراج العامل المشترك

$$=(x-\frac{1}{2}).(3x-7-x-x+\frac{1}{2})$$

نزع الأقواس الداخلية

$$=(x-\frac{1}{2}).(x-\frac{13}{2})$$ ← تبسيط الجداء

ملاحظة : إذا كانت القيمة المكررة المشتركة خفية أى غير ظاهرة ، علينا إظهارها

مثال: $\underbrace{15-21+18}_{\text{المجموع الجبرى}} = \underbrace{3\times5-3\times7+3\times6}_{\text{إظهار العامل المشترك}} = \underbrace{3\times(5-7+6)}_{\text{استخراج العامل المشترك}} = \underbrace{3\times4}_{\text{جداء مبسط}}$

مثال : $\underbrace{15x\ 21x+18xy}_{\text{المجموع الجبرى}} = \underbrace{3\times5x.x-3\times7x+3\times6xy}_{\text{إظهار العامل المشترك}} = \underbrace{3x.(5x-7+6y)}_{\text{استخراج العامل المشترك}}$

مثال : $(12x-4)-(x+5)(3x-1) = 4.(3x-1)-(x+5)(3x-1)$

$= (3x-1).[4-(x+5)]$

$=(3x-1)(4-x-5)$

$=(3x-1)(-1-x)$

تطبيق : حلل المجاميع التالية

$5.(x-\frac{1}{2})-(3x-2)(x-\frac{1}{2})$; $6x^2-24xy$; $(2x-1)^2-7.(2x-1)$; $5.(3x-7)-(3x-7)$

$\frac{3}{4}x(x-1)-(x-1)$; $(6x+1)-(6x+1)^2$; x^2-5x^2 ; $(x-2)(x+3)-\frac{4}{5}(x+3)$

تحليل المجاميع الجبرية الخاصة :

المجاميع الجبرية الخاصة هى مجاميع ناتجة من نشر الجداءات الشهيرة أى من نشر الجداءات الخاصة .

و الجداءات الخاصة أنواع : **مربع مجموع** - **مربع فرق** - **جداء مرافقين** . و منه المجاميع الحبرية الخاصة أنواع :

مجموع جبرى ناتج من مربع مجموع : و نتعرف عليه باحتوائه على ثلاثة حدود ، منها حدان على شكل مربع كامل و الحد الثالث هو ضعف جداء جذرى المربعين الكاملين و بشكل موجب .

مثال : $x^2 + 8x + 16$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه ثلاثة حدود و هى :

x^2 ناتج من مربع x

16 ناتج من مربع 4

$8x$ هو ضعف الجداء $4x$ و بشكل موجب

إذن $x^2 + 8x + 16$ ناتج من مربع المجموع $(x + 4)$ أى : $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

مثال : $9x^2 + 24x + 16$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه ثلاثة حدود و هى :

مربع كامل مربع كامل

$9x^2$ ناتج من مربع $3x$

16 ناتج من مربع 4

$24x$ هو ضعف الجداء $(3x)(4)$ و بشكل موجب

إذن $9x^2 + 24x + 16$ ناتج من مربع المجموع $(3x + 4)$ أى : $9x^2 + 24x + 16 = (3x + 4)^2$

مثال : $\frac{16}{25}x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{9}{4}$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه ثلاثة حدود و هى :

$\frac{16}{25}x^2$ ناتج من مربع $\frac{4}{5}x$

$\frac{9}{4}$ ناتج من مربع $\frac{3}{2}$

$\frac{12}{5}x$ هو ضعف الجداء $(\frac{4}{5}x)(\frac{3}{2})$ بشكل موجب

إذن : $\frac{16}{25}x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{9}{4}$ ناتج من مربع المجموع $(\frac{4}{5}x + \frac{3}{2})$ أى $\frac{16}{25}x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{9}{4} = (\frac{4}{5}x + \frac{3}{2})^2$

مجموع جبرى ناتج من مربع فرق : و نتعرف عليه باحتوائه على ثلاثة حدود ، منها حدان على شكل مربع كامل و الحد الثالث هو ضعف جداء جذرى المربعين الكاملين و بشكل سالب .

مثال : $x^2 - 8x + 16$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه ثلاثة حدود و هى :

x^2 ناتج من مربع x

16 ناتج من مربع 4

$-8x$ هو ضعف الجداء $4x$ و بشكل سالب

إذن $x^2 - 8x + 16$ ناتج من مربع الفرق $(x - 4)$ أى $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

مثال : $9x^2 - 24x + 16$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه ثلاثة حدود و هى :

مربع كامل مربع كامل

$9x^2$ ناتج من مربع $3x$

16 ناتج من مربع 4

$-24x$ هو ضعف الجداء $(3x)(4)$ و بشكل سالب

إذن $9x^2 - 24x + 16$ ناتج من مربع الفرق $(3x - 4)$ أى : $9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$

مثال : $\frac{16}{25}x^2 - \frac{12}{5}x + \frac{9}{4}$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه ثلاثة حدود و هى :

$\frac{16}{25}x^2$ ناتج من مربع $\frac{4}{5}x$

$\frac{9}{4}$ ناتج من مربع $\frac{3}{2}$

$-\frac{12}{5}x$ هو ضعف الجداء $(\frac{4}{5}x)(\frac{3}{2})$ بشكل سالب

إذن : $\frac{16}{25}x^2 - \frac{12}{5}x + \frac{9}{4}$ ناتج من مربع الفرق $(\frac{4}{5}x - \frac{3}{2})$ أى $\frac{16}{25}x^2 - \frac{12}{5}x + \frac{9}{4} = (\frac{4}{5}x - \frac{3}{2})^2$

مثال : $2x^2 - 6\sqrt{2}x + 9$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه ثلاثة حدود و هى :

$2x^2$ ناتج من مربع $\sqrt{2}x$; 9 ناتج من مربع 3 ; $-6\sqrt{2}x$ هو ضعف الجداء $(\sqrt{2}x)(3)$ و بشكل سالب

إذن : $2x^2 - 6\sqrt{2}x + 9$ ناتج من مربع الفرق $(\sqrt{2}\,x - 3)$ أو مربع الفرق $(3 - \sqrt{2}x)$

أى : $2x^2 - 6\sqrt{2}x + 9 = (3 - \sqrt{2}x)^2$ أو $2x^2 - 6\sqrt{2}x + 9 = (\sqrt{2}\,x - 3)^2$

مجموع جبرى ناتج من جداء مرافقين : ونتعرف عليه باحتوائه على حدين فقط وكل منهما مربع كامل .

مثال : $x^2 - 16$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه حدين فقط و هما :

مربع كامل مربع كامل

x^2 ناتج من مربع x ; 16 ناتج من ملربع 4

إذن $x^2 - 16$ ناتج من جداء المرافقين $(x - 4)$ و $(x + 4)$ أى $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

مثال: $9x^2 - 16$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه حدين فقط و هما :

مربع كامل مربع كامل

$9x^2$ ناتج من مربع $3x$; 16 ناتج من ملربع 4

إذن $9x^2 - 16$ ناتج من جداء المرافقين $(3x - 4)$ و $(3x + 4)$ أى $9x^2 - 16 = (3x - 4)(3x + 4)$

مثال: $9x^2 - 3$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه حدين فقط و هما

مربع كامل مربع كامل

$9x^2$ ناتج من مربع $3x$; 3 ناتج من مربع $\sqrt{3}$

إذن $9x^2 - 3$ ناتج من جداء المرافقين $(3x - \sqrt{3})$ و $(3x + \sqrt{3})$ أى $9x^2 - 3 = (3x - \sqrt{3})(3x + \sqrt{3})$

مثال: $(3x - 5)^2 - 16$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه حدين فقط و هما :

مربع كامل مربع كامل

$(3x - 5)^2$ ناتج من مربع $(3x - 5)$; 16 ناتج من مربع 4

إذن $(3x - 5)^2 - 16$ ناتج من جداء المرافقين $[(3x - 5) + 4]$ و $[(3x - 5) - 4]$

أى $(3x - 5)^2 - 16 = [(3x - 5) - 4] \times [(3x - 5) + 4] = (3x - 5 - 4)(3x - 5 + 4)$

جداء مبسط $\leftarrow$ $= (3x - 9)(3x - 1)$

مثال : $(3x - 5)^2 - (\frac{2}{5}x + 4)^2$ هو مجموع جبرى خاص لأن فيه حدين و هما مربعين كاملين

$(3x - 5)^2$ ناتج من مربع $(3x - 5)$

$(\frac{2}{5}x + 4)^2$ ناتج من مربع $(\frac{2}{5}x + 4)$

إذن : $(3x - 5)^2 - (\frac{2}{5}x + 4)^2$ ناتج من جداء المرافقين $[(3x - 5) - (\frac{2}{5}x + 4)]$ و $[(3x - 5) + (\frac{2}{5}x + 4)]$

$$(3x - 5)^2 - (\frac{2}{5}x + 4)^2 = [(3x - 5) - (\frac{2}{5}x + 4)] \times [(3x - 5) + (\frac{2}{5}x + 4)]$$

نزع الأقواس الداخلية $\longrightarrow$ $= (3x - 5 - \frac{2}{5}x - 4) \times (3x - 5 + \frac{2}{5}x + 4)$

جداء مبسط $\longrightarrow$ $= (\frac{13}{3}x - 9)(\frac{17}{5}x - 1)$